



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



1

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Diferansiyel Denklemler II

Dr. Öğretim Üyesi Fatma HRA

Ders 10

1.5.2. Parametrelerin (Sabitlerin) Deęirimi Yöntemi

Sabit katsayılı denklemlerde uygulandığı gibi $Ly=0$ homojen denkleminin $y_h = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + \dots + c_n y_n(x)$ çözümleri bilindiğinde buradaki c_i sabitlerini değitken olarak kabul ederek sabitin değirimi yöntemi ile $Ly = B(x)$ homojen olmayan denklemin genel çözümleri bulunur.

Örnek: $(x-1)y'' - xy' + y = (x-1)^2$ denkleminin homojen kısmına ait lineer bağımsız çözümler $y_1 = x$ ve $y_2 = e^x$ olduğuna göre genel çözümleri bulunuz.

Denklemin $Ly = B(x)$ formunda düzenlenirse

$$y'' - \frac{x}{x-1} y' + \frac{1}{x-1} y = x-1 \quad \text{olur.}$$

Homojen kısmın genel çözümünü $y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$ den
 $y_h = c_1 x + c_2 e^x$ şeklindedir. Buradaki sabitleri değiştirerek
 direkt kabul edersek özel çözüm $y_p = c_1(x) x + c_2(x) e^x$
 şeklinde (veya $y_p = v_1(x) x + v_2(x) e^x$ formunda) sabitlerin değeri-
 mi ile aranırsa,

$$c_1' x + c_2' e^x = 0$$

$$c_1' + c_2' e^x = x^{-1}$$

} denklemler sistemi elde edilir.
 Bunun çözümlerini

$$c_1' = -1 \Rightarrow c_1(x) = \int -1 dx \Rightarrow c_1(x) = -x \text{ olur.}$$

$$c_2' = x e^{-x} \Rightarrow c_2(x) = \int x e^{-x} dx \Rightarrow c_2(x) = -e^{-x}(x+1) \text{ olur.}$$

0 halde homojen olmayan kısmın özel çözümünü

$$y_p = c_1(x) \cdot x + c_2(x) \cdot e^x = -x \cdot x - e^{-x}(x+1) e^x$$

$$\Rightarrow y_p = -x^2 - x - 1 \text{ olur.}$$

Verilen denklemin genel çözümünü $y = y_h + y_p$ den

$$y = C_1 x + C_2 e^x - x^2 - x - 1$$

olarak bulunur.

⊕ Eğer $c_i(x)$ ler belirlenirken alınan integrable integral sabitleri de eğerlerse yani

$$c_1' = -1 \Rightarrow c_1(x) = -x + C_1$$

$$c_2' = x e^x \Rightarrow c_2(x) = -e^x(x+1) + C_2$$

olarak alınırsa verilen denklemin genel çözümünü

$$y = x \cdot c_1(x) + e^x c_2(x)$$

$$= x(-x + C_1) + e^x(-e^x(x+1) + C_2)$$

$$= C_1 x + C_2 e^x - x^2 - x - 1$$

şeklinde de bulunabilir.



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Teşekkürler

Dr. Öğretim Üyesi Fatma HRA