



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



1

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

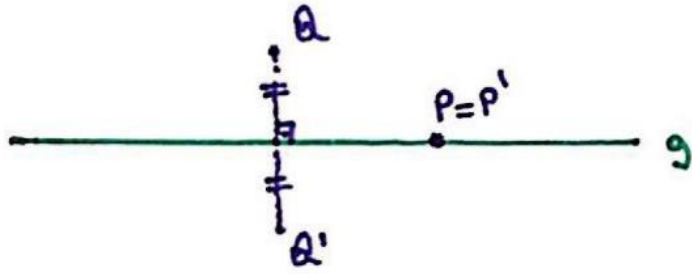
Analitik Geometri II

Prof. Dr. Emin KASAP

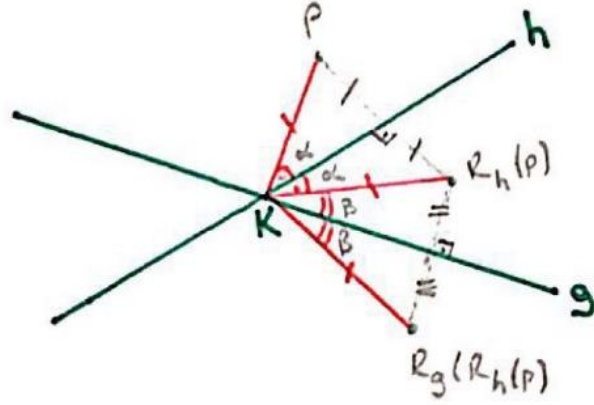
Ders 18

YANSIMALAR

g düzlemin bir doğrusu olmak üzere g üzerindeki tüm noktaları kendilerine, düzlemin diğer noktalarını da g ye göre simetriği olan noktalara götüren dönüşüme g doğrusuna göre bir **yansım** denir. g ye de **yansım eksen**i adı verilir.

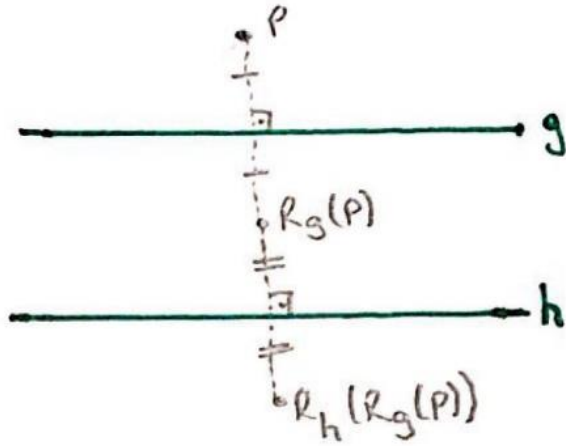


Kesiren İki Doğruya Göre Yansımada



Kesiren iki doğruya göre yansımaların bileşkesi bir dörmedir. Bu dörmenin merkezi doğruların kesim noktası, açısı ise doğruların arasındaki açının iki katı büyüklüğündedir.

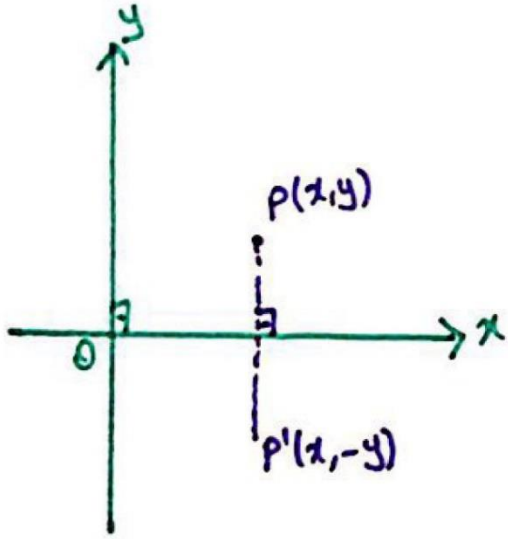
Paralel İki Doğruya Göre Yansımada



$R_h \circ R_g$ bileşkesi, g ve h doğruları arasındaki uzaklığın iki katı uzunluğunda öteleme vektörüne sahip bir ötelemedir.

Yansımaların Denklemleri

: x ve y eksenlerine göre yansımalar



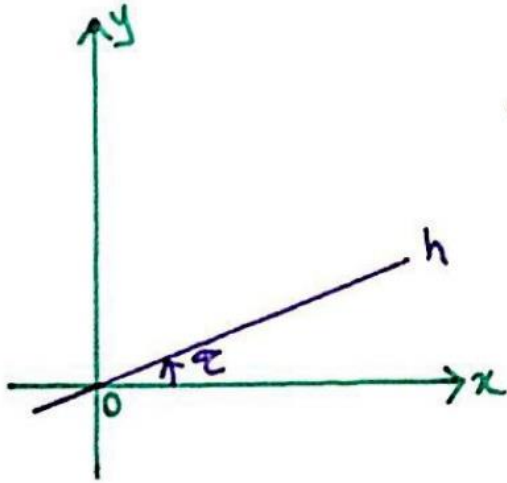
x eksenine göre yansımanın denklemi,

$$R_x \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \text{ dir. } (R_x^{-1} = R_x)$$

Benzer şekilde,

$$R_y \dots \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \text{ olur. } (R_y^{-1} = R_y)$$

Orijinden Geçen Bir h Doğrusuna Göre Yansıtma



Orijinden geçen ve eğim açısı ε olan bir h doğrusuna göre yansımaların denklemini bulalım:

kesişen iki doğruya göre yansımadan, $R_h R_x$ bileşkesi 0 etrafında 2ε açılı dönmektir.

$$\Rightarrow R_h R_x = D \dots \begin{cases} x'' = x' \cos 2\varepsilon - y' \sin 2\varepsilon \\ y'' = x' \sin 2\varepsilon + y' \cos 2\varepsilon \end{cases} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow R_h = D R_x^{-1}, \quad R_x^{-1} \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_h \dots \begin{cases} x'' = x \cos 2\varepsilon + y \sin 2\varepsilon \\ y'' = x \sin 2\varepsilon - y \cos 2\varepsilon \end{cases}$$

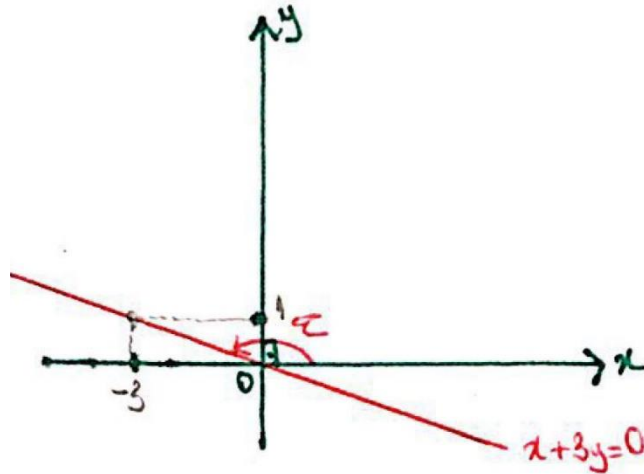
$$\Rightarrow R_h \dots \begin{cases} x' = x \cos 2\varepsilon + y \sin 2\varepsilon \\ y' = x \sin 2\varepsilon - y \cos 2\varepsilon \end{cases}$$

bulunur.

NOT: Yukarıdaki denklemler x ve y çekilirse,

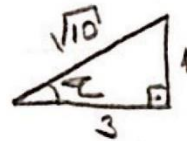
$$R_h^{-1} = R_h \dots \begin{cases} x = x' \cos 2\varepsilon + y' \sin 2\varepsilon \\ y = x' \sin 2\varepsilon - y' \cos 2\varepsilon \end{cases} \text{ olur.}$$

Örnek: $x+3y=0$ doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız.



ε açısı 2. bölgededir.

$$\tan \varepsilon = -1/3$$



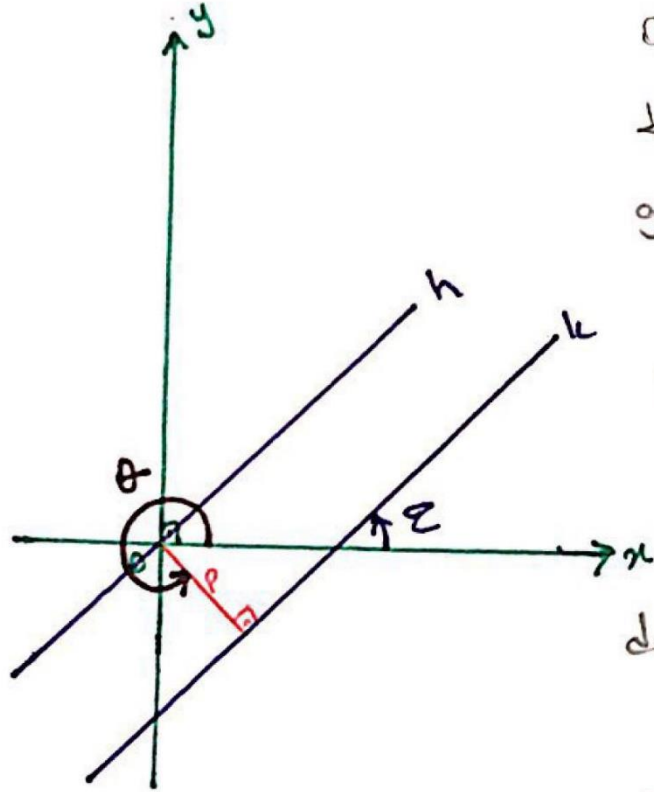
$$\sin \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad \cos \varepsilon = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin 2\varepsilon = 2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon = -\frac{3}{5}$$

$$\cos 2\varepsilon = \cos^2 \varepsilon - \sin^2 \varepsilon = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \\ y' = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y \end{cases} \text{ olur.}$$

Orijinden Geumeyen Bir k Doğrusuna Göre Yansımalar



Orijinden geumeyen ve eğim açısı α olan k doğrusu verilsin. k ya paralel olan ve orijinden geuen bir h doğrusunu alalım.

Orijinden k ya indirilen dikmenin uzunluğu p ve bu dikmenin x eksenine ile yaptığı pozitif yöndeki açı da θ olsun.

$R_k \circ R_h$ bileşkesi $2p$ uzunluklu ve θ doğrultulu ötelemedir. (sayfa 218)

$$R_k \circ R_h = T$$

$$\Rightarrow R_k = T \circ R_h^{-1}$$

$$R_h^{-1} = R_h \text{ olduğundan } R_k = T \circ R_h \text{ olur}$$

$$R_h \dots \begin{cases} x' = x \cos 2\varphi + y \sin 2\varphi \\ y' = x \sin 2\varphi - y \cos 2\varphi \end{cases}, \quad T \dots \begin{cases} x'' = x' + 2p \cos \theta \\ y'' = y' + 2p \sin \theta \end{cases}$$

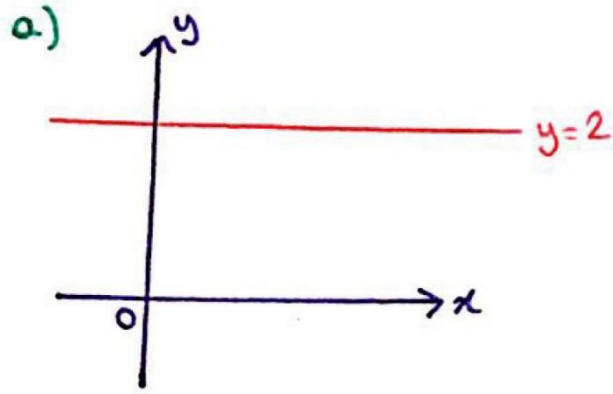
$$R_k = T \circ R_h \dots \begin{cases} x'' = x \cos 2\varphi + y \sin 2\varphi + 2p \cos \theta \\ y'' = x \sin 2\varphi - y \cos 2\varphi + 2p \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_k \dots \begin{cases} x' = x \cos 2\varphi + y \sin 2\varphi + 2p \cos \theta \\ y' = x \sin 2\varphi - y \cos 2\varphi + 2p \sin \theta \end{cases}$$

Örnek: Aşağıdaki doğrulara göre yarımsa denklemlerini yazınız.

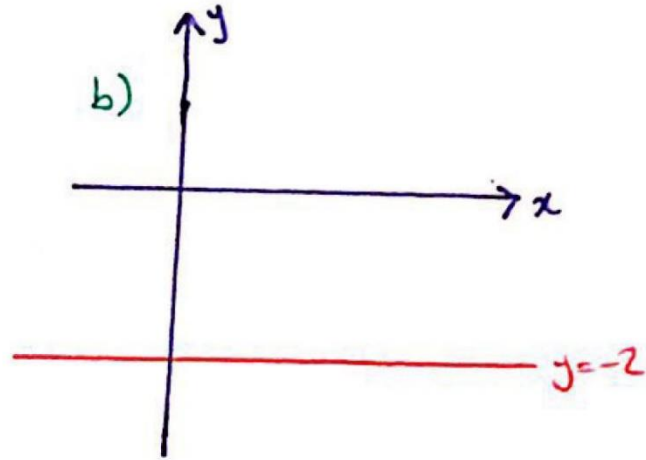
a) $y=2$ b) $y=-2$ c) $x=4$ b) $x=-4$

Çözüm:



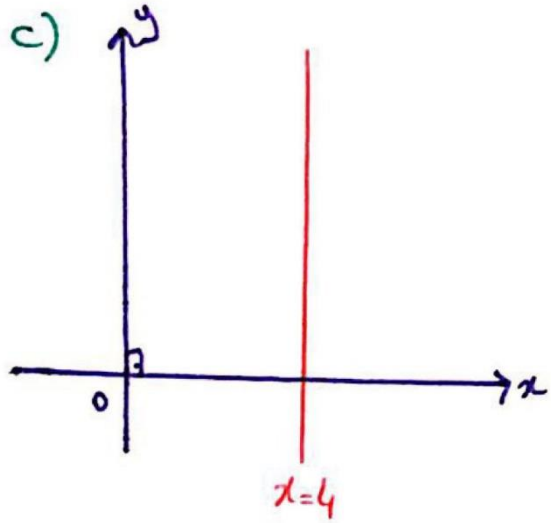
$$p=2, \quad e=0, \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow R \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = -y + 4 \end{cases}$$



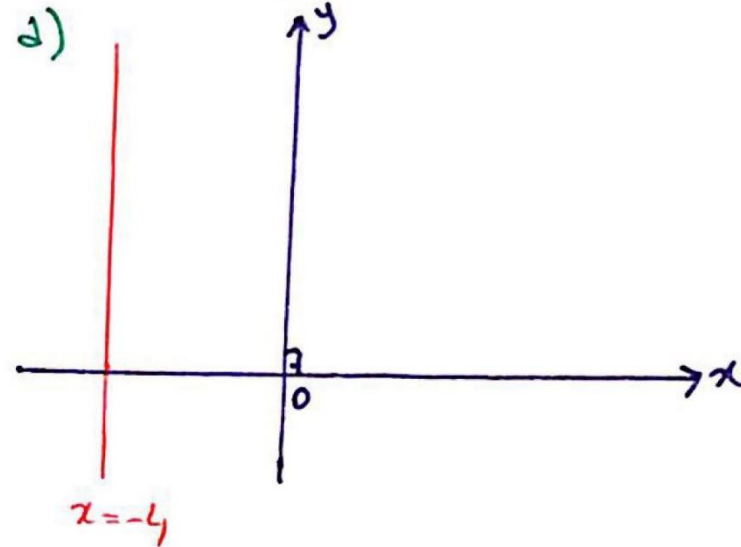
$$p=2, \quad e=0, \quad \theta = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow R \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = -y - 4 \end{cases}$$



$$P=4, \varrho=\frac{\pi}{2}, \theta=0$$

$$R \dots \begin{cases} x' = -x + 8 \\ y' = -y \end{cases}$$

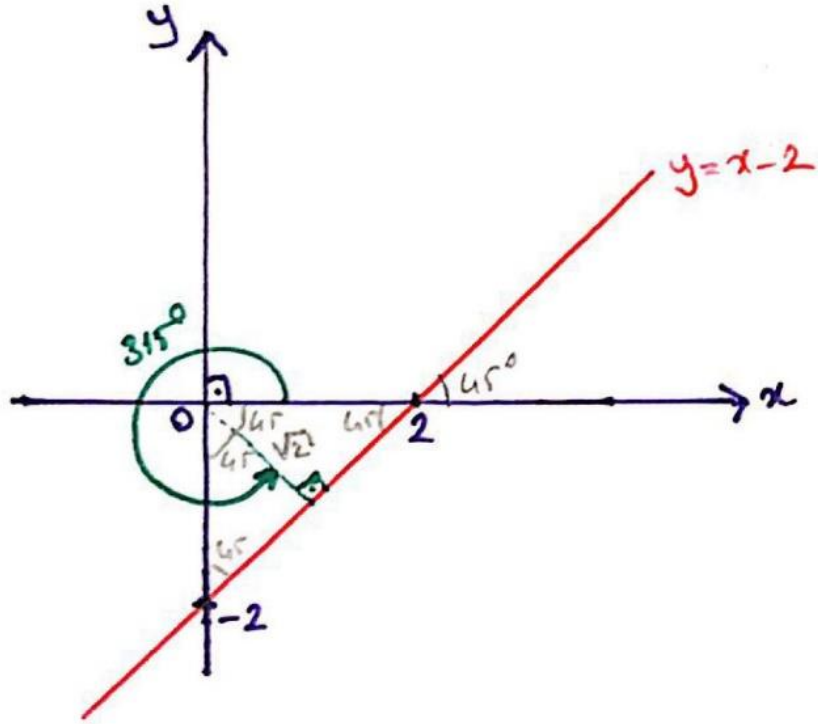


$$P=4, \varrho=\frac{\pi}{2}, \theta=\pi$$

$$R \dots \begin{cases} x' = -x + 8 \\ y' = y \end{cases}$$

Örnek: $y=x-2$ doğrusuna göre yansımının denklemini yazınız.

Çözüm:



$$P=\sqrt{2}, \quad \Sigma=45^{\circ}, \quad \Theta=315^{\circ}$$

$$\begin{cases} x' = x \cos 2\Sigma + y \sin 2\Sigma + 2p \cos \Theta \\ y' = x \sin 2\Sigma - y \cos 2\Sigma + 2p \sin \Theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = y + 2 \\ y' = x - 2 \end{cases} \text{ bulunur.}$$



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



12

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Teşekkürler

Prof. Dr. Emin KASAP

Analitik geometri

Ders 18