ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Analitik Geometri I

Prof. Dr. Emin KASAP

Ders 14

Örnek: P... $x+2y+2z-4=0$

Q... $x+4y+6z-10=0$ düzlemlerinin birbirine göre

R... $2x+4y+4z-8=0$ durumunu inceleyiniz.

(P ve R çakışık, Q bunları keser)

Örnek: P... $x+2y+2z-4=0$

Q... $2x+4y+4z-8=0$ düzlemlerinin birbirine göre

R... $3x+6y+6z-10=0$ durumunu inceleyiniz.

(P ve Q çakışık, R bunlara paralel)

Örnek: P... $x+2y+2z-4=0$

Q... $2x+4y+4z-7=0$ düzlemlerinin birbirine göre

R... $3x+6y+3z-5=0$ durumunu inceleyiniz.

(P ve Q paralel, R bunları keser)

Örnek: P... $2x+2y+2z-4=0$

Q... $x+4y+6z-10=0$ düzlemlerinin bir noktada

R... $x+3y+4z-7=0$ kesiştiğini gösteriniz. Arakesit noktasını bulunuz.

Çözüm:

$$\det(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$$

O halde düzlemler bir noktada kesişir. Arakesit noktası $K(x_0, y_0, z_0)$ olsun.

$$\Rightarrow x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 10 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 4 \end{vmatrix}}{-2} = 0 \quad , \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 10 & 6 \\ 1 & 7 & 4 \end{vmatrix}}{-2} = 1$$

$$z_0 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 10 \\ 1 & 3 & 7 \end{vmatrix}}{-2} = 1 \quad \Rightarrow K(0,1,1)$$

Örnek: $P \ldots\ y+z=1$

$Q \ldots\ 2x+y+2z=m$ düzlemlerinin bir doğru boyunca

$R \ldots\ 2x+z=1$ kesişmesi için m ne olmalıdır?

Çözüm:

P ve R nin arakesitine ait bir K noktası için $K \in Q$ olmalıdır.

$x=0$ için $z=1 \Rightarrow y=0 \Rightarrow K(0,0,1) \in P \cap R$

$K \in Q \Rightarrow m=2$ olur.

Örnek: P... $kx+ky+z=-1$

Q... $kx-z=1$ düzlemlerinin bir doğru boyunca

R... $x+ky+z=2$ kesişmesi için k ne olmalıdır?

Çözüm:

$$\det(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3)=\begin{vmatrix} k & k & 1 \\ k & 0 & -1 \\ 1 & k & 1 \end{vmatrix}=0 \text{ olmalıdır.}$$

$\Rightarrow k(1-k)=0 \Rightarrow k=0$ veya $k=1$ olmalıdır.

!! $k=1$ olamayacağını görünüz

Örnek: $(2x-y+4z-5=0,\ x+y-z+1=0)$ doğrusu ile orijinin belirttiği düzlemin denklemini yazınız.

Örnek: $P_1 \ldots \; 2x+y+kz-2=0$

$P_2 \ldots \; kx+3y+2z-4=0$ düzlemlerinin birbirine göre durumunu

$P_3 \ldots \; x+5z-1=0$ k nın alacağı değerlere göre inceleyiniz.

Çözüm:

İlk 5 durumdan birinin olmadığı açıktır. Şimdi diğer durumları inceleyelim:

$$\det(\vec{n_1},\vec{n_2},\vec{n_3}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & k \\ k & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 2.15-1.(5k-2)+k.(-3) = -8k+32$$

O halde $-8k+32=0$ yani $k=4$ ise düzlemler bir doğru boyunca kesişir ya da ikişer ikişer arakesitleri paraleldir. $k \neq 4$ ise üçü bir noktada kesişir. Şimdi $k=4$ durumunu inceleyelim:

$k=4$ için

$P_1 \ldots\ 2x+y+4z-2=0$

$P_2 \ldots\ 4x+3y+2z-4=0$

$P_3 \ldots\ x+5z-1=0$ olur.

$A \in P_1 \cap P_2$ alalım. $z=0$ için $\begin{matrix} 2x+y-2=0 \\ 4x+3y-4=0 \end{matrix} \Rightarrow y=0,\ x=1$ olur.

$\Rightarrow A(1,0,0) \in P_1 \cap P_2$ dir. $A \overset{?}{\in} P_3$

$1-1=0 \Rightarrow A \in P_3$

$\Rightarrow k=4$ için üçü bir doğru boyunca kesişir.

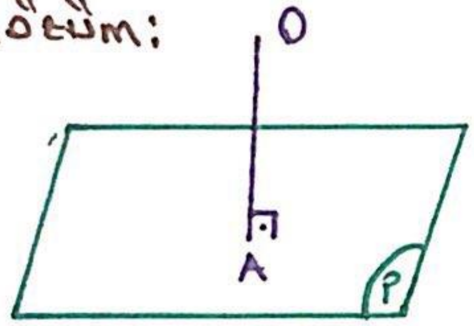
Sonuç :

* $k=4$ ise düzlemlerin üçü bir doğru boyunca kesişir.
* $k \neq 4$ ise düzlemlerin üçü bir noktada kesişir.

Örnek: A(11,-1,0) ve B(-11,9,0) noktalarından geçen doğrunun $9x+y-4z=0$ düzlemini kestiği noktayı bulunuz.

Örnek: Orijinden P düzlemine inilen dikmenin ayağı $A(5,-3,1)$ dir. Bu P düzlemini bulunuz.

Çözüm:



$\overrightarrow{OA} = \vec{n}$ alınabilir.

$\Rightarrow \vec{n} = (5,-3,1)$, $A(5,-3,1)$

$\Rightarrow P \ldots\ 5x - 3y + z + d = 0$

$A \in P \Rightarrow 25 + 9 + 1 + d = 0$

$\Rightarrow d = -35$

$\Rightarrow P \ldots\ 5x - 3y + z - 35 = 0$ bulunur.

Örnek: A(−8,2,5) ve B(2,10,3) için AB doğru parçasının orta dikme düzlemini bulunuz.

Çözüm:

AB doğru parçasının orta dikme düzlemi, AB nin orta noktasından geçen ve AB ye dik olan düzlemdir. Bu düzleme P diyelim.

AB nin orta noktası $C\left(\frac{-8+2}{2}, \frac{2+10}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = (-3, 6, 4)$

$\vec{AB} = (10, 8, -2) = \vec{n}$

$$\Rightarrow P \ldots \; 10x + 8y - 2z + d = 0$$

$$C \in P \Rightarrow -30 + 8.6 - 2.4 + d = 0 \Rightarrow d = -10$$

$$\Rightarrow P \ldots \; 5x + 4y - z + 5 = 0 \text{ bulunur.}$$

Örnek: $A(3,1,-5)$, $B(0,4,7)$ den geçen ve $\alpha=(2,1,5)$ vektörüne paralel olan düzlemin denklemini yazınız.

Yol gösterme: $\vec{AB} \wedge \alpha = \vec{n}$ alınabilir

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Analitik Geometri I

Prof. Dr. Emin KASAP

Ders 14