



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



1

Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Analitik Geometri I

Prof. Dr. Emin KASAP

Ders 15

Özel Düzlemler

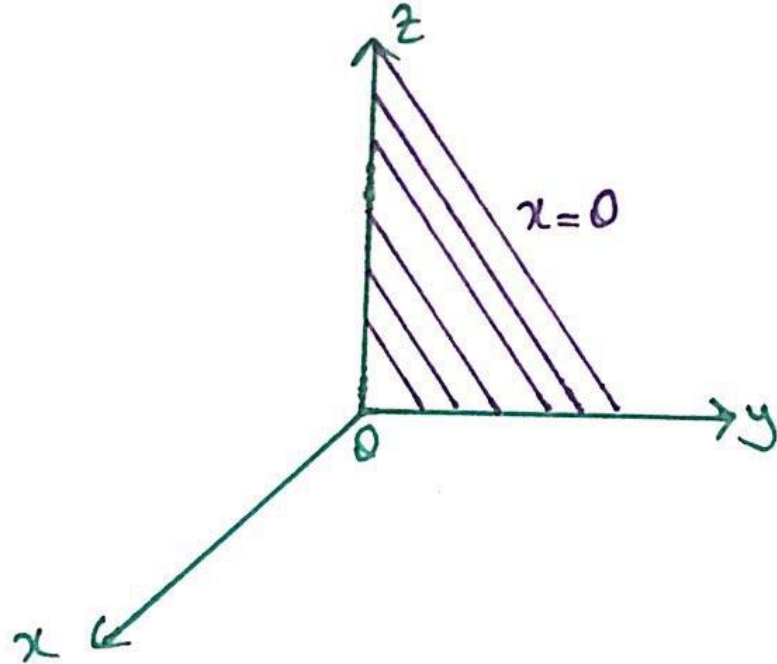
$P \dots ax+by+cz+d=0$ düzlemi verilsin. P 'nin normali $\vec{n}=(a,b,c)$ dir.

1) $a \neq 0, b=c=d=0$ olsun.

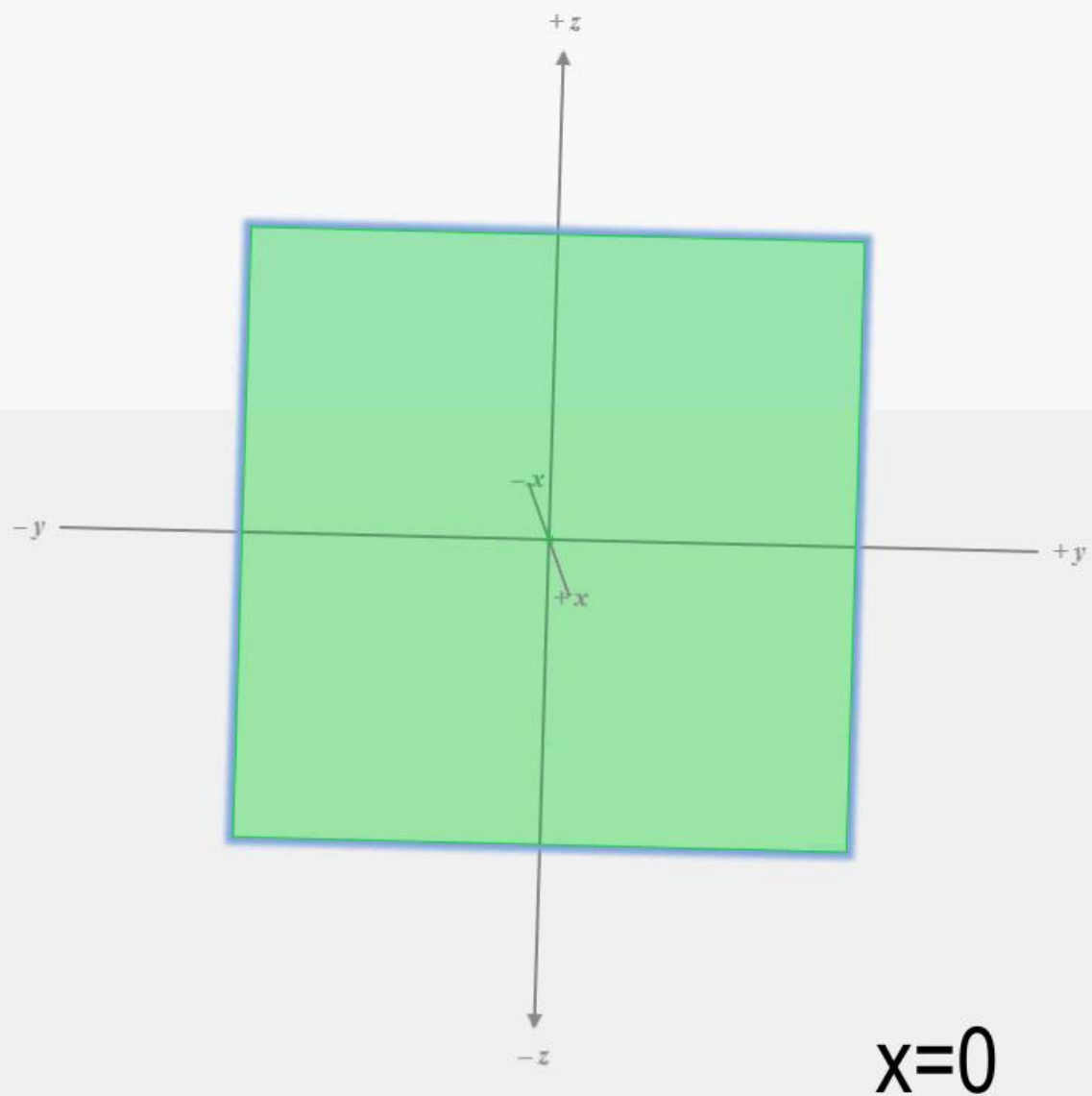
Bu durumda düzlemin denklemi

$P \dots x=0$ şeklindedir.

$\vec{n}=(1,0,0)$ olup düzlem orijinden geçer.

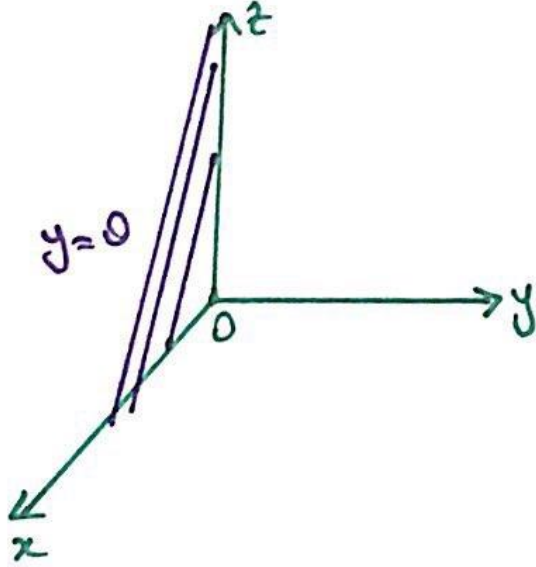


Bu düzleme yoz düzlemi de denir.

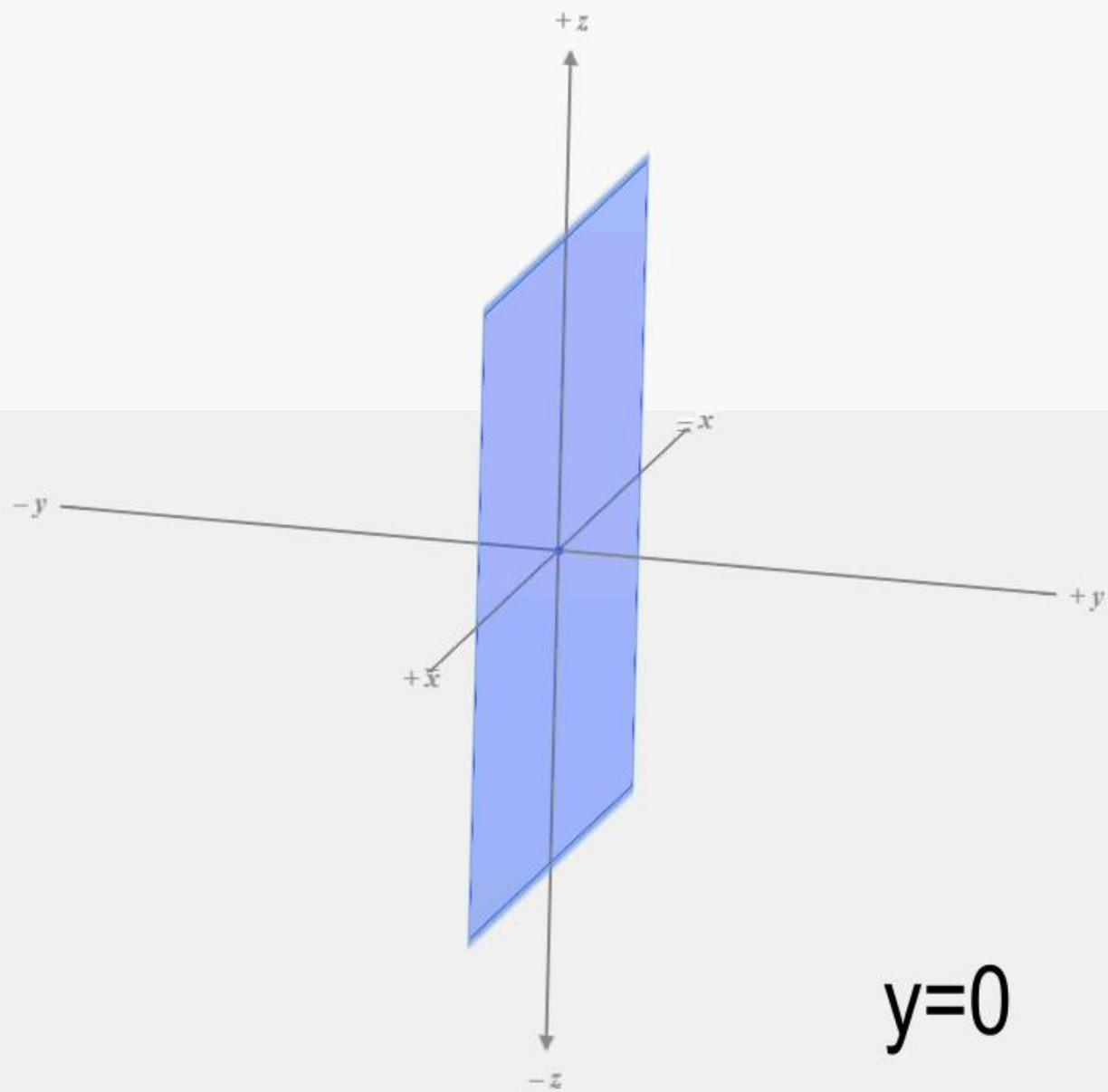


2) $b \neq 0$ ve $a=c=d=0$ olsun.

Bu durumda $P \dots y=0$ dir.

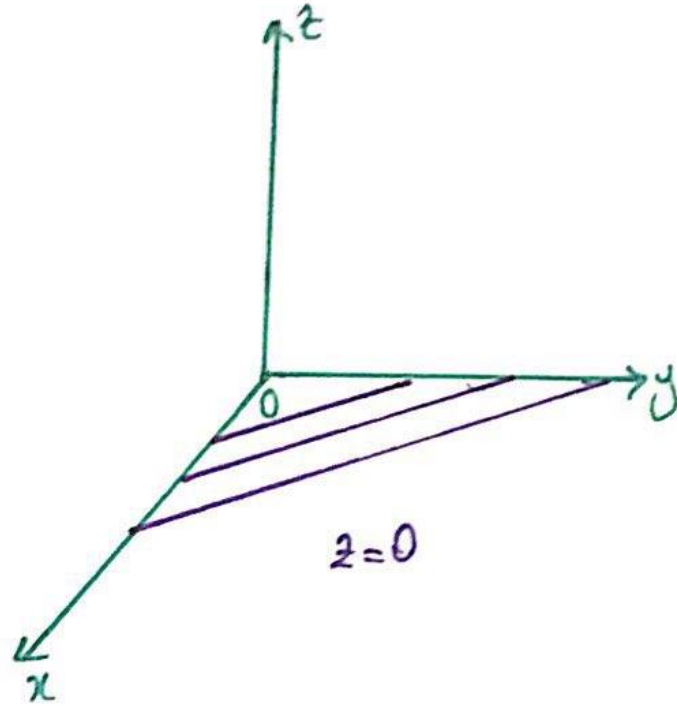


Bu düzleme xOz düzlemi de derir.



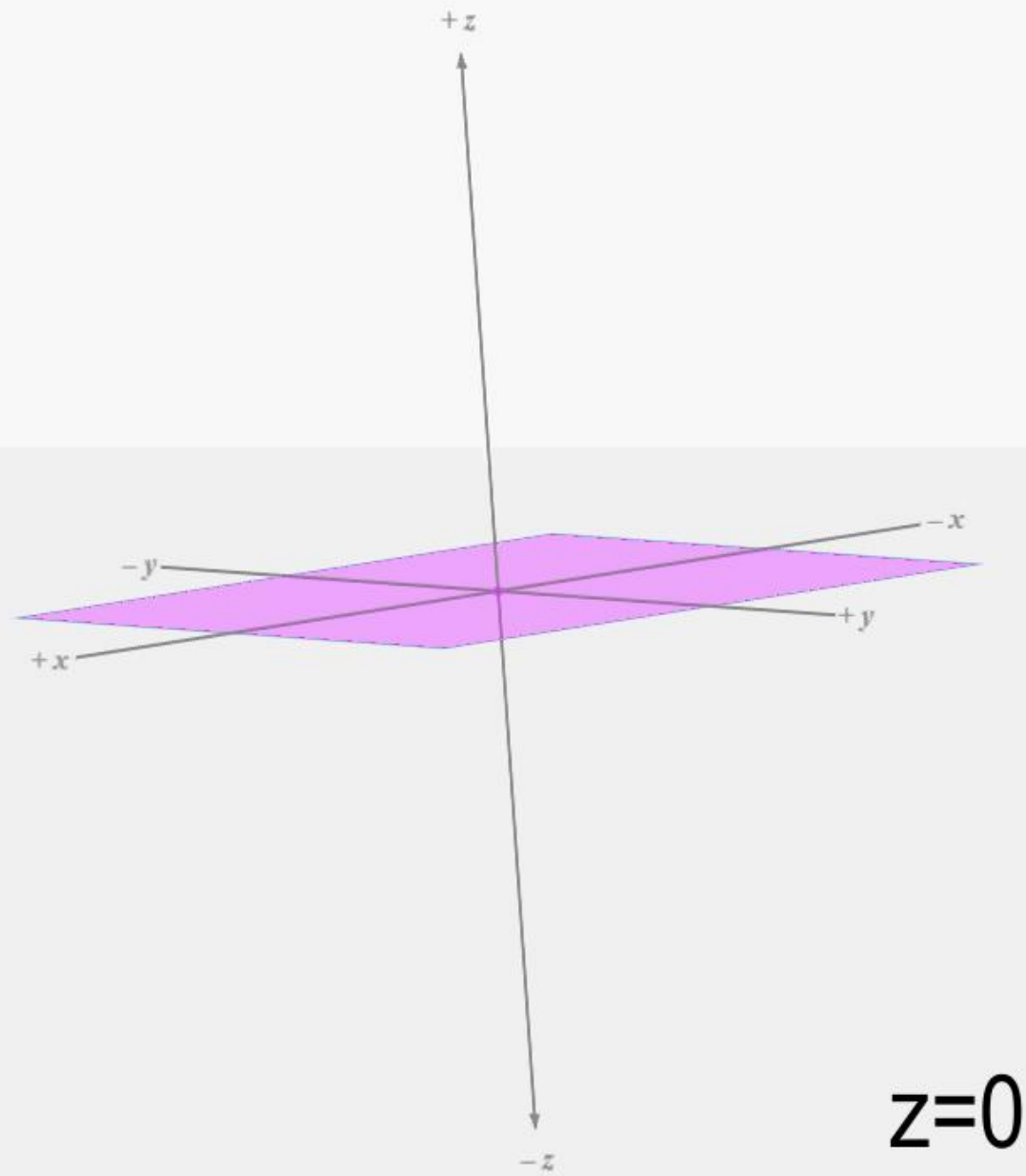
3) $c \neq 0, a=b=d=0$ olsun.

Bu durumda P... $z=0$ dir.



Bu düzleme *xy düzlemi* de denir.

Not: Yukarıdaki *bu düzleme* **koordinat düzlemleri** adı verilir.

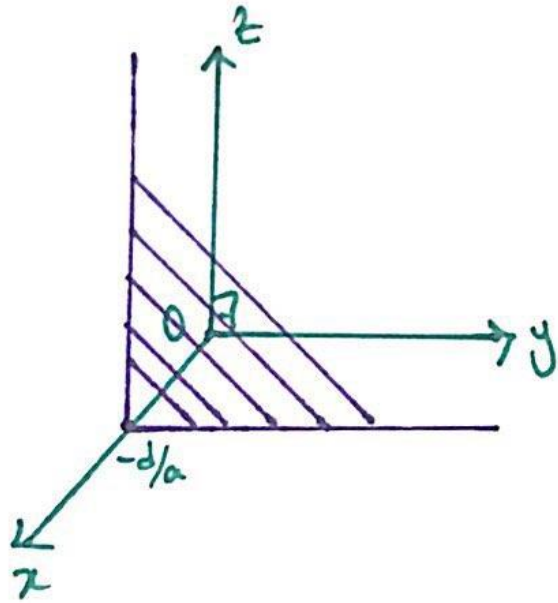


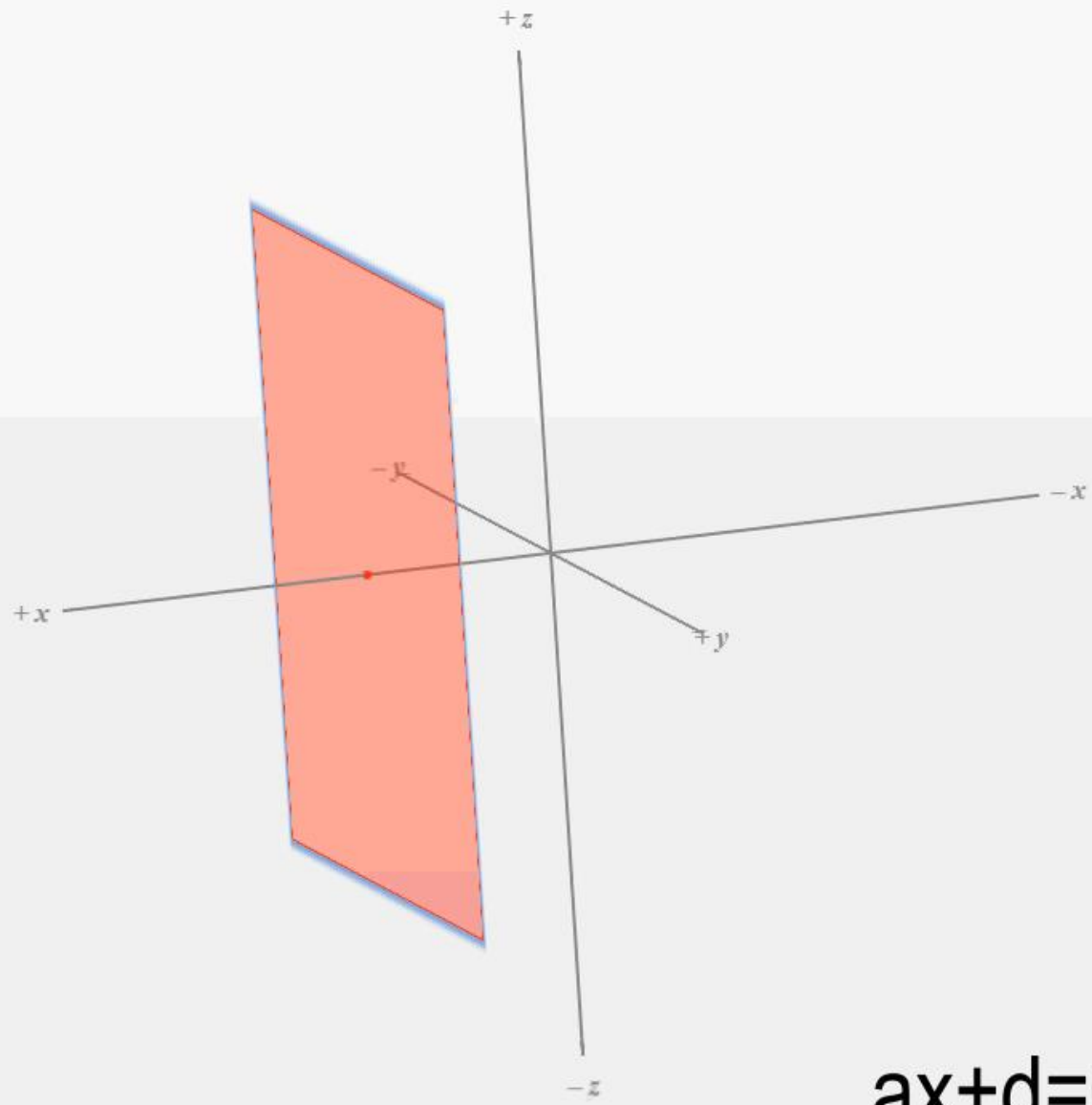
4) $a \neq 0$, $d \neq 0$ ve $b=c=0$ olsun.

Bu durumda,

$P \dots ax+d=0$ dir.

$\vec{n} = (a, 0, 0)$ olup $\vec{n} \parallel \vec{e}_1$ dir. Düzlem yz düzlemine paralel olup orijinden geçmez. $A(-\frac{d}{a}, 0, 0)$ noktasında geçen ve normali \vec{e}_1 olan düzlemdir.

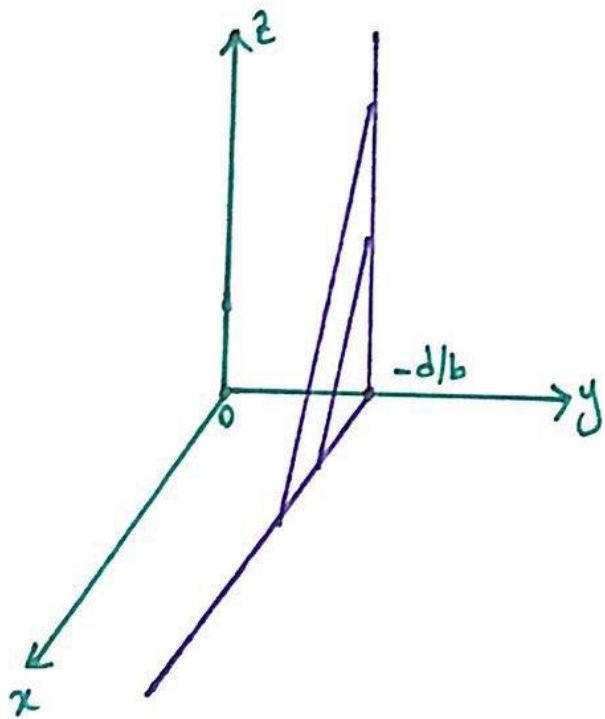


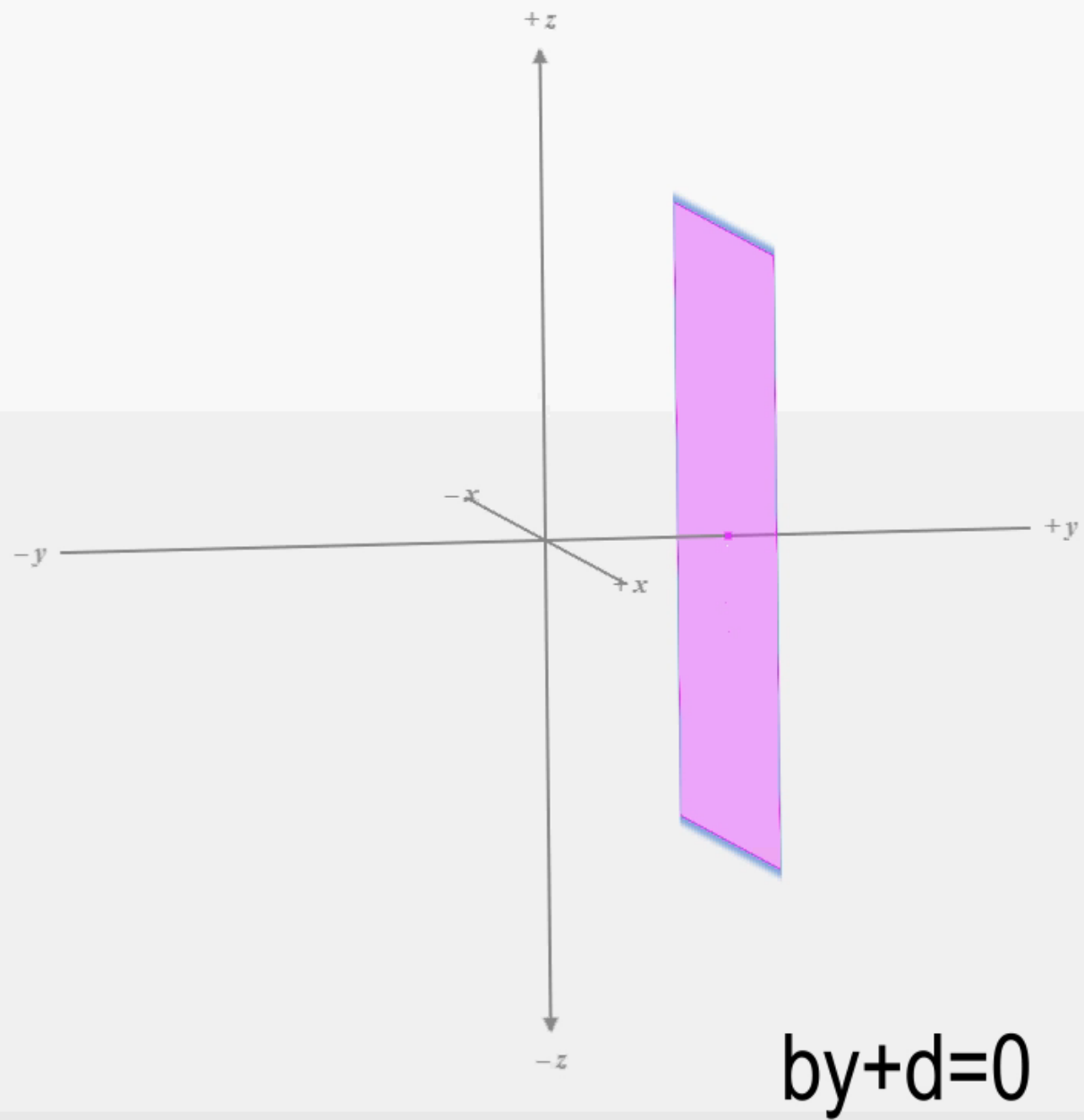


5) $b \neq 0$, $d \neq 0$ ve $a=c=0$ olsun.

$$P \dots by + d = 0$$

olup $A(0, -d/b, 0)$ den geçen ve normali \vec{e}_2 olan düzlemdir.

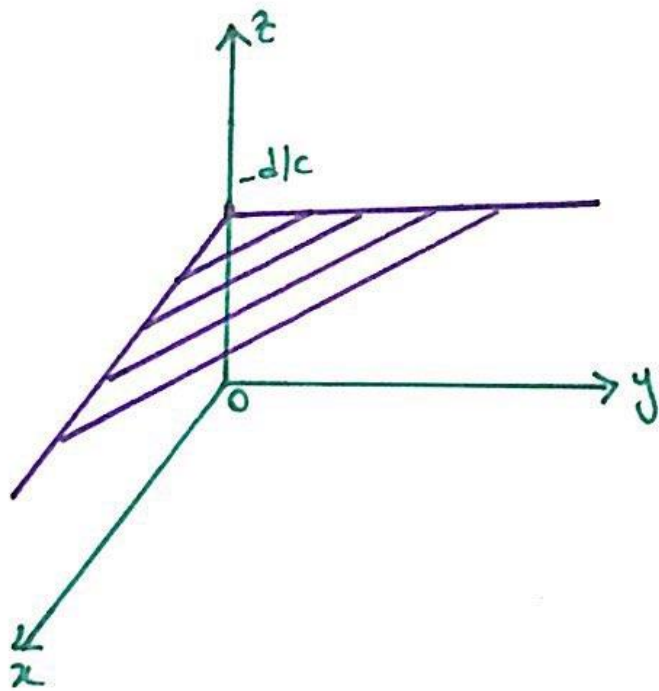


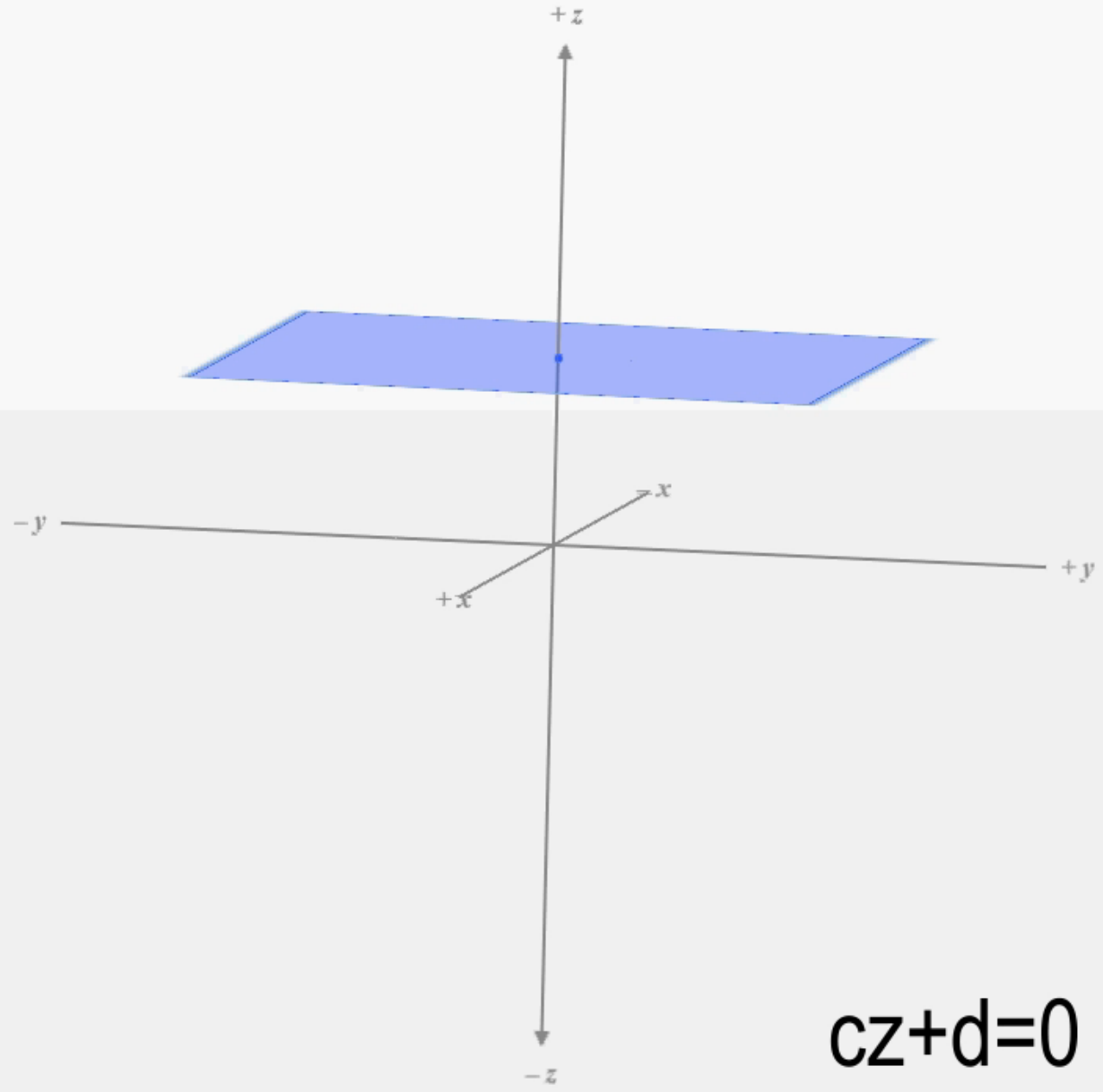


6) $c \neq 0, d \neq 0$ ve $a=b=0$ olsun.

$$P \dots cz + d = 0$$

Olup $A(0, 0, -d/c)$ den geçen ve normali \vec{e}_3 olan düzlemdir.





7) $a \neq 0, b \neq 0$ ve $c = d = 0$ olsun.

Bu durumda P... $ax + by = 0$ dir. $\vec{n} = (a, b, 0)$ olup $\vec{n} \perp \vec{e}_z$ olur. O halde z eksenine ya düzlemin içinde ya da z eksenine düzleme paraleldir. z eksenine ait bir nokta $A(0, 0, 1)$ olursa $A \in P$ olup z eksenine düzlemin içindedir. Şimdi düzlemin koordinat düzlemleri ile arakesit doğrularını bulalım.

a) xOz ile arakesit: z eksenidir.

b) yOz ile arakesit: z eksenidir.

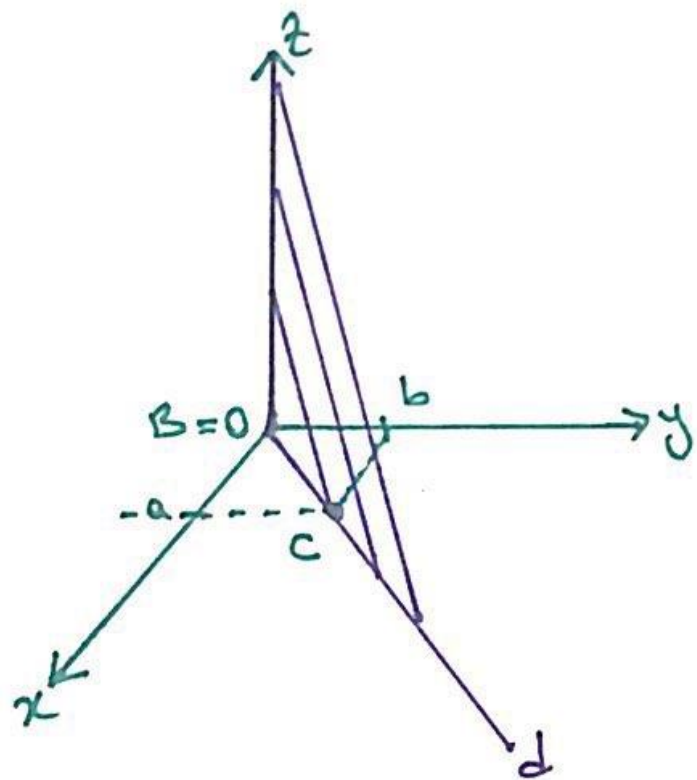
c) xOy ile arakesit:

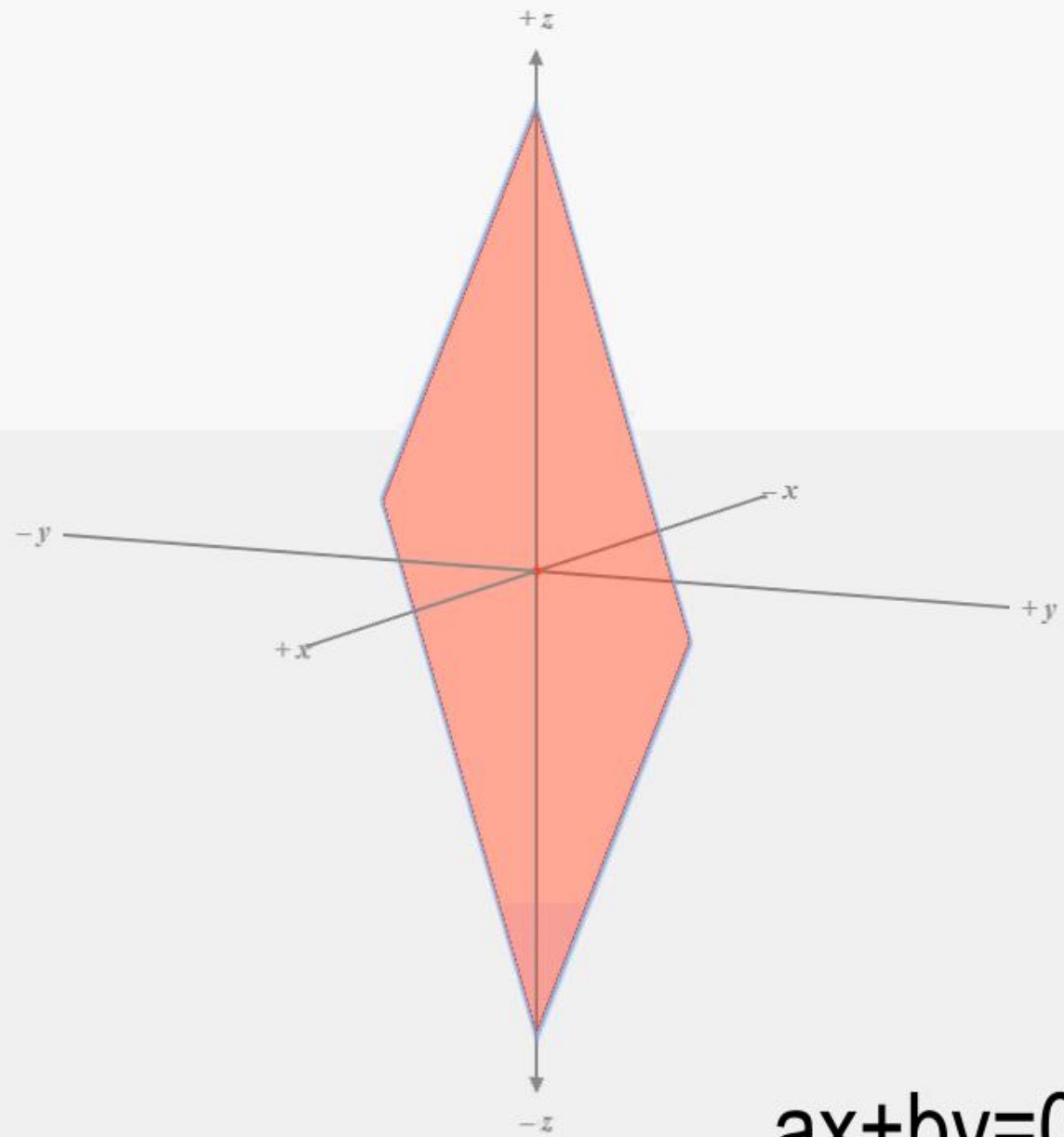
$$d \dots \begin{cases} ax + by = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \dots \begin{cases} x = t \\ y = -\frac{a}{b}t \\ z = 0 \end{cases} \text{ arakesit doğrusudur.}$$

$t=0$ için $B(0,0,0) \in d$

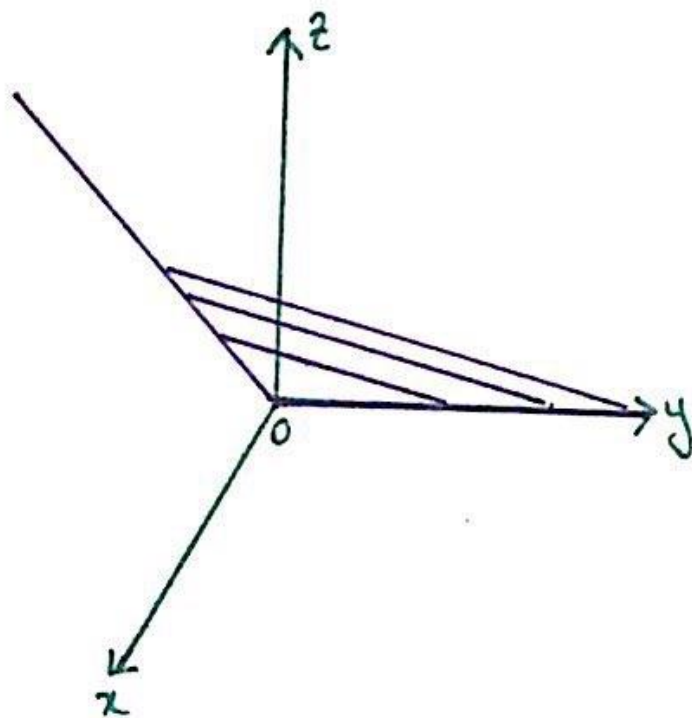
$t=b$ için $C(b,-a,0) \in d$ olur.

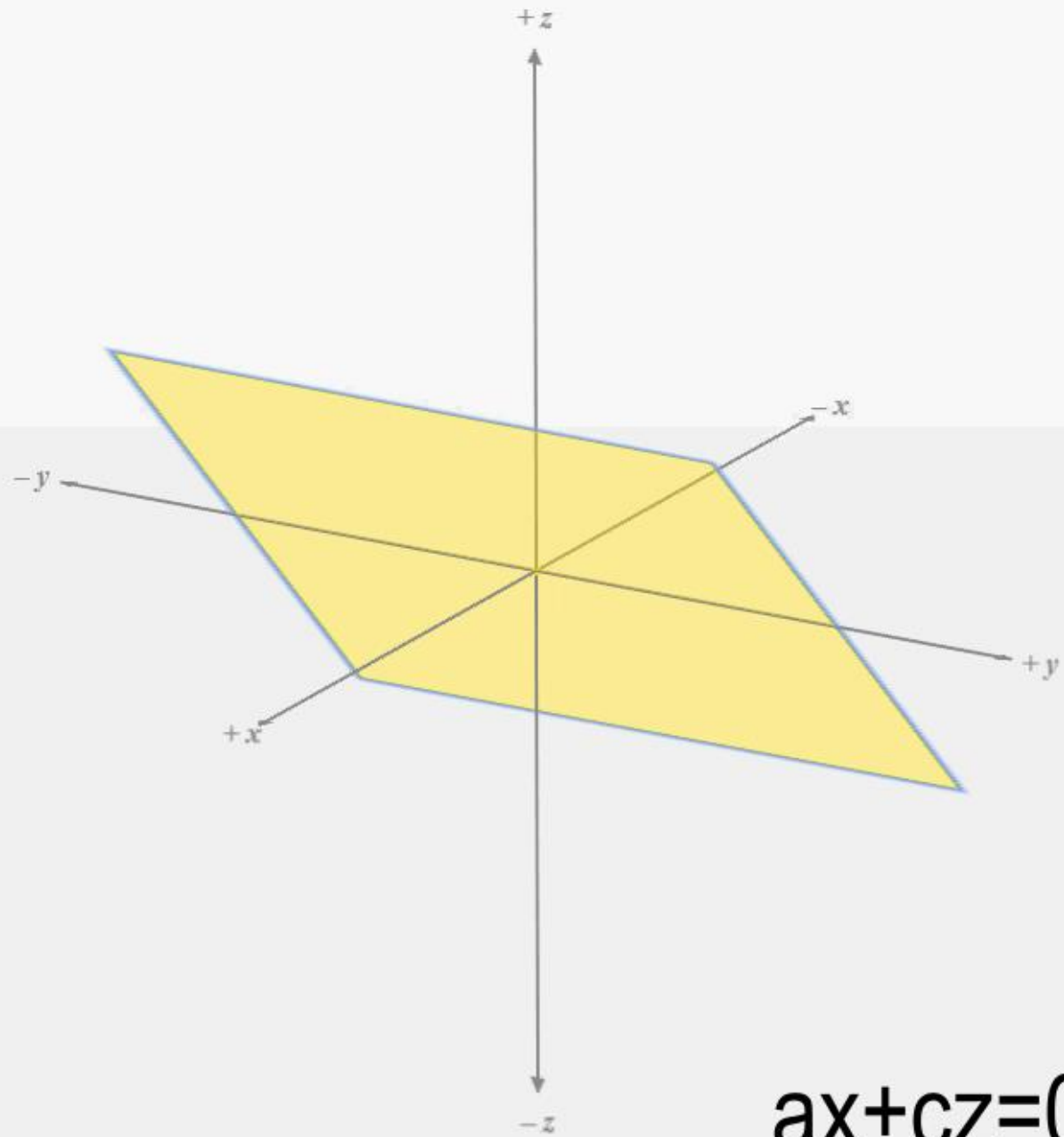




8) $a \neq 0, c \neq 0$ ve $b=d=0$ olsun.

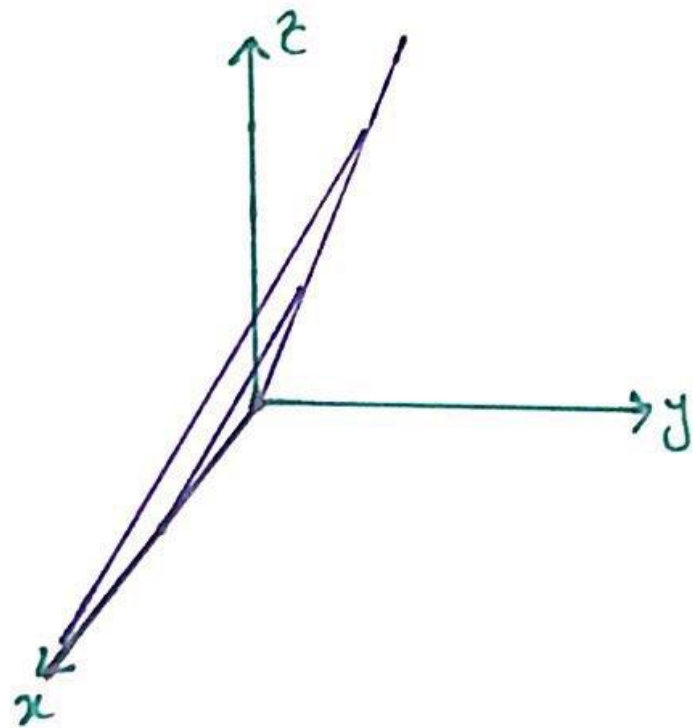
P... $ax+cz=0$ dir.

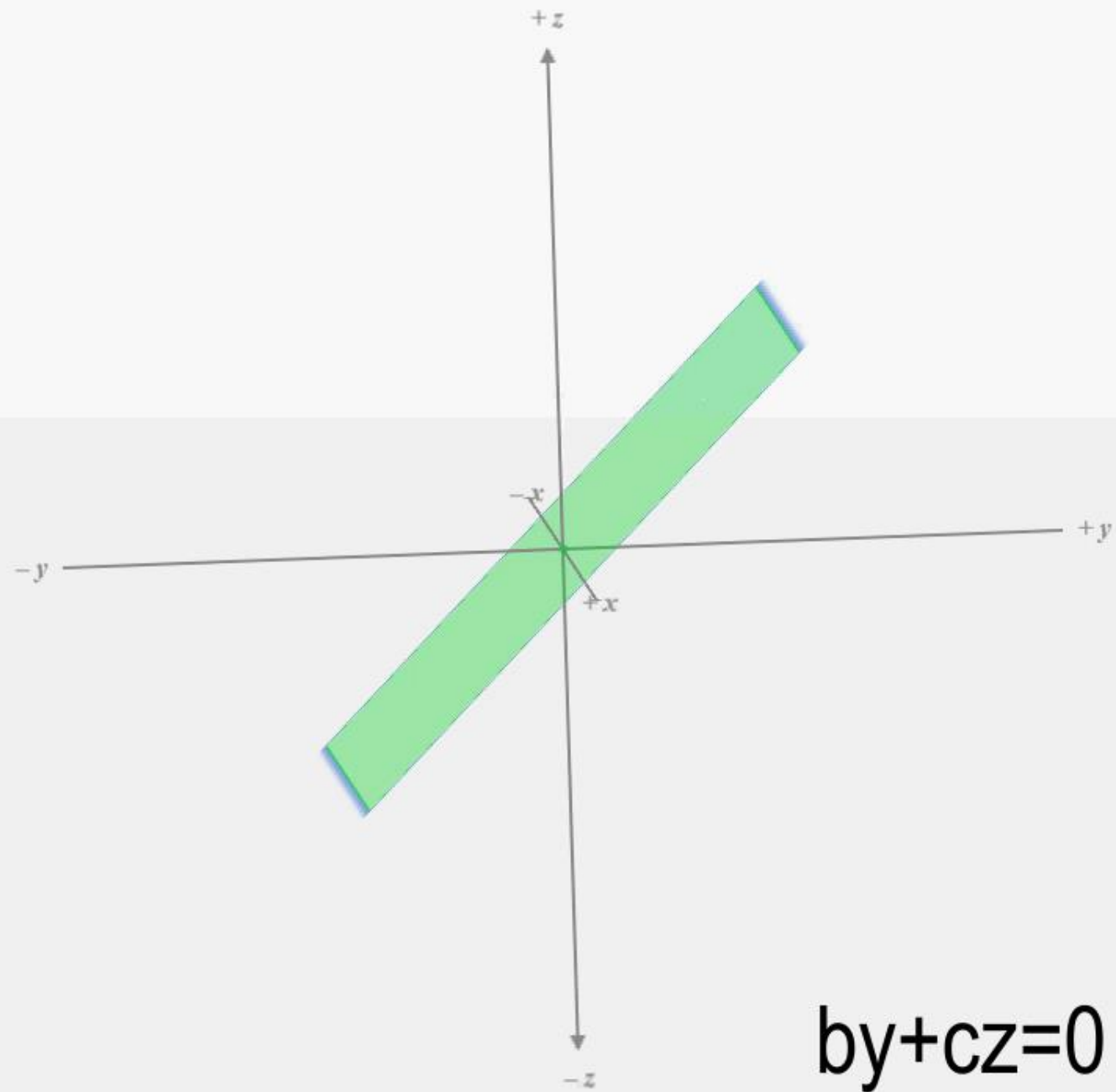




9) $b \neq 0$, $c \neq 0$ ve $a = d = 0$ olsun.

P... $by + cz = 0$ olur.





10) $a \neq 0, b \neq 0, d \neq 0$ ve $c = 0$ olsun.

Bu durumda $P \dots ax + by + d = 0$ olur. $\vec{n} = (a, b, 0)$ olup $\vec{n} \perp \vec{e}_3$ dir. O halde z eksenini ya düzlemin içindedir ya da düzleme paraleldir. z eksenine ait bir nokta $A(0, 0, 1)$ olmak üzere $A \in P$ olur. O halde z eksenini düzleme paraleldir. Düzlemin koordinat düzlemleriyle arakesit doğrularını bulalım:

a) xOz ile arakesit:

$$d, \dots \begin{cases} ax + by + d = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d, \dots \begin{cases} x = -d/a \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \text{ olur.}$$

$t = 0$ için $B(-d/a, 0, 0) \in d,$

$t = 1$ için $C(-d/a, 0, 1) \in d,$ dir.

b) yoz ile arakesit:

$$d_2 \dots \begin{cases} ax+by+d=0 \\ x=0 \end{cases}$$

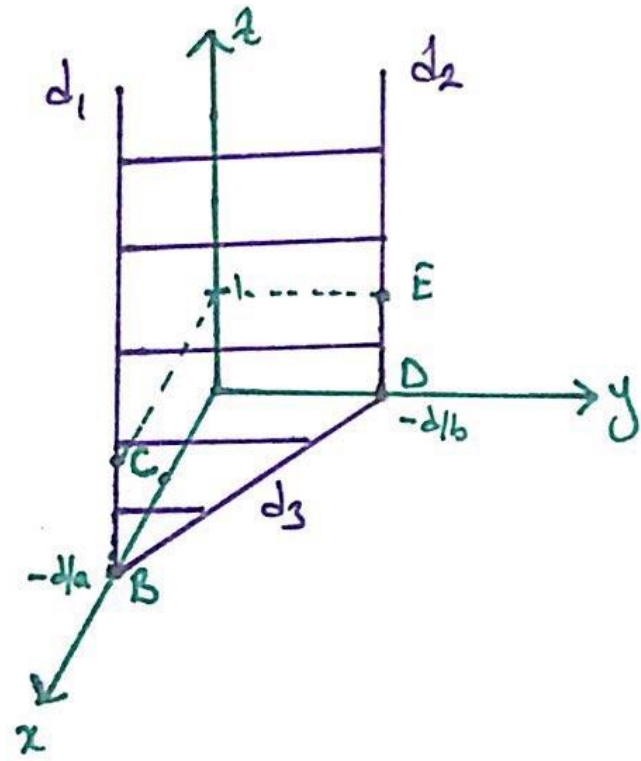
$$\Rightarrow d_2 \dots \begin{cases} x=0 \\ y=-d/b \text{ olur.} \\ z=\lambda \end{cases}$$

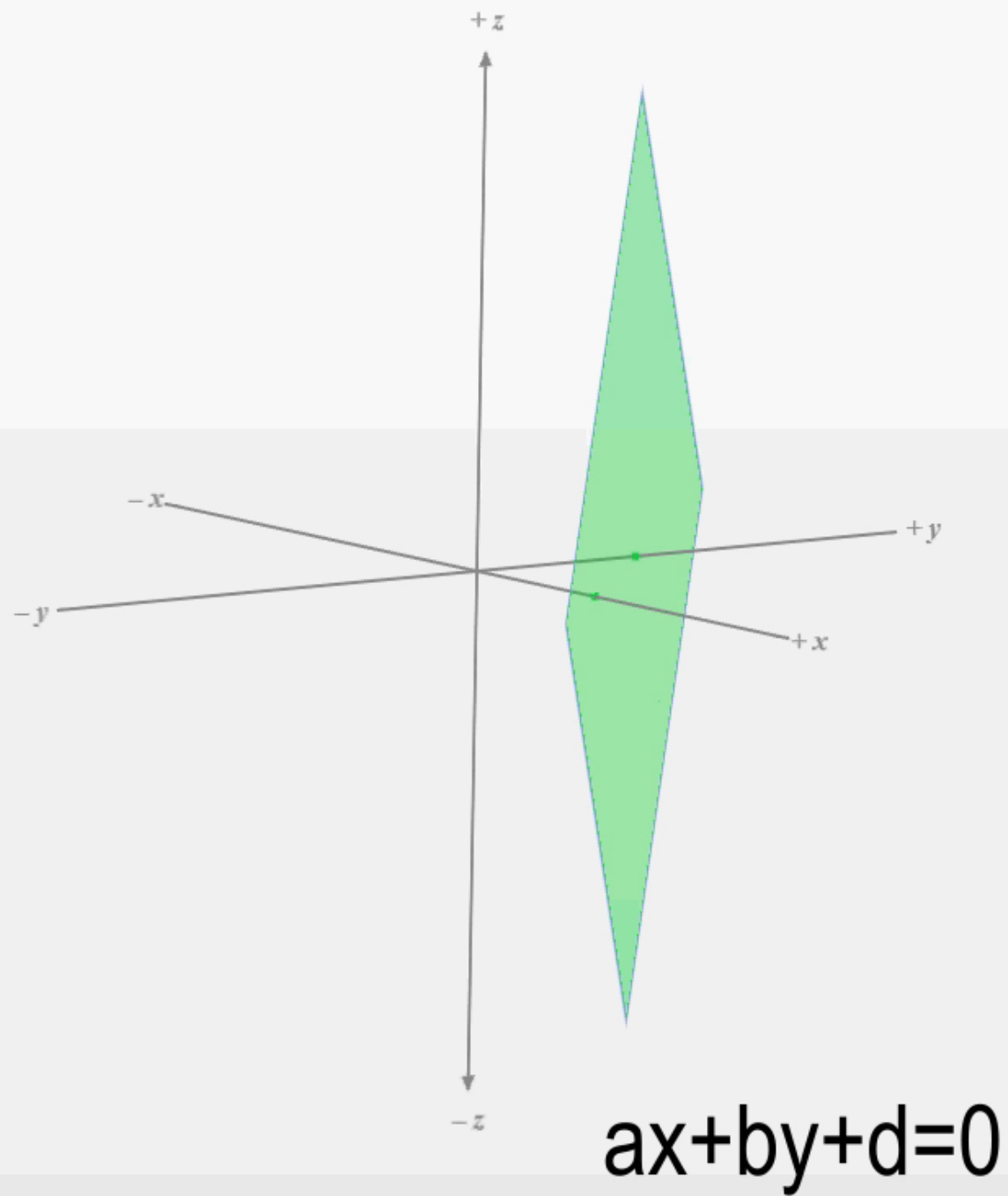
$\lambda=0$ için $D(0, -d/b, 0) \in d_2$ ve $\lambda=1$ için $E(0, -d/b, 1) \in d_2$ dir.

c) xoy ile arakesit:

$$d_3 \dots \begin{cases} ax+by+d=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow d_3 \dots \begin{cases} x=k \\ y=-\frac{a}{b}k - \frac{d}{b} \\ z=0 \end{cases}$$

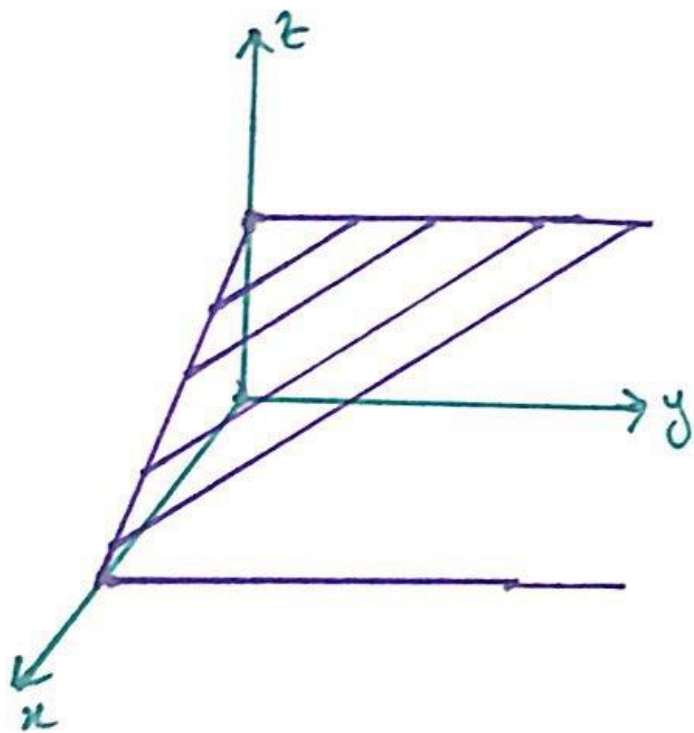
$k=0$ için $D \in d_3$ ve $k=-\frac{d}{a}$ için $B \in d_3$ olur.

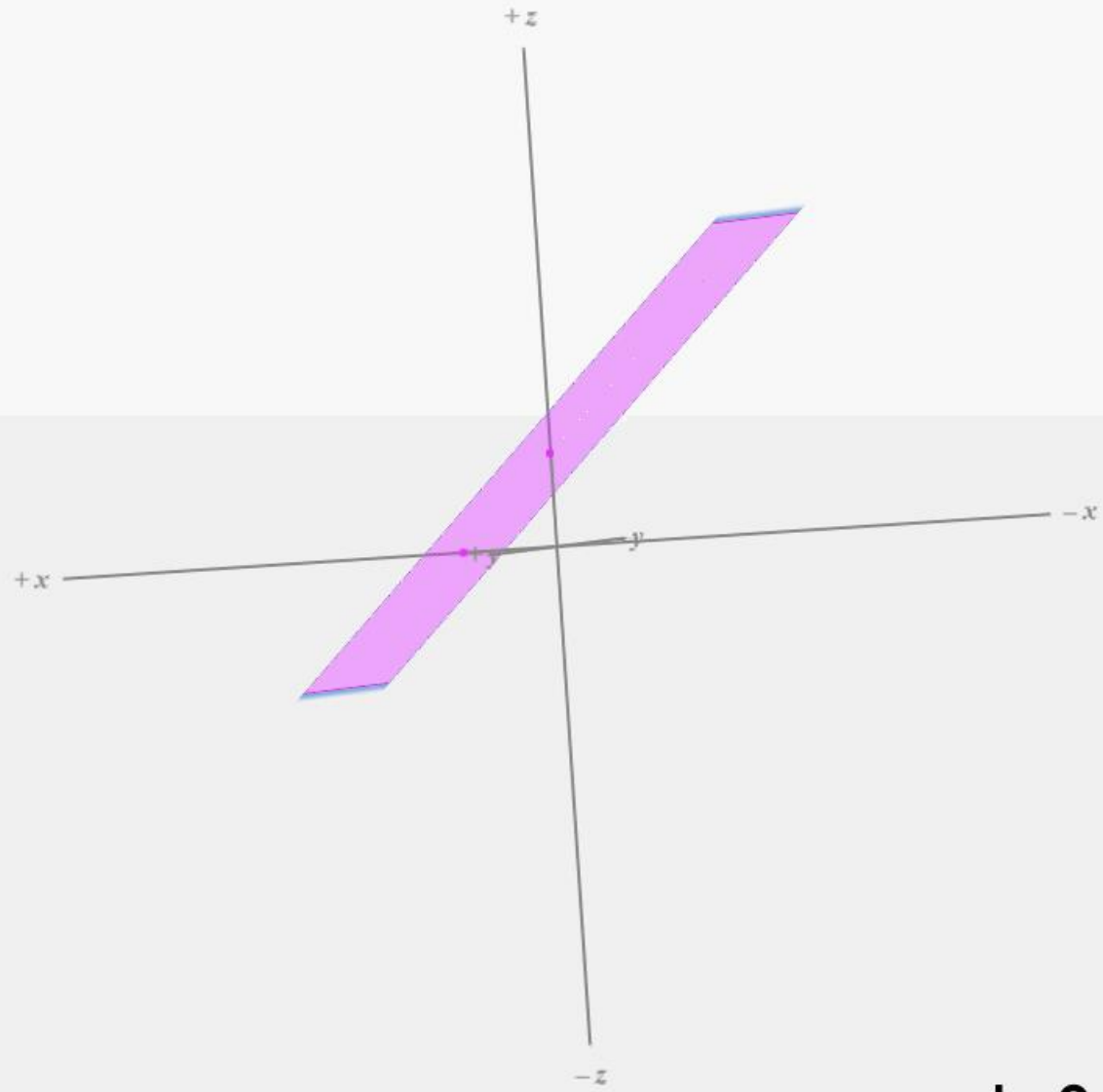




ii) $a \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ ve $b=0$ olsun.

P... $ax+cz+d=0$ olur.

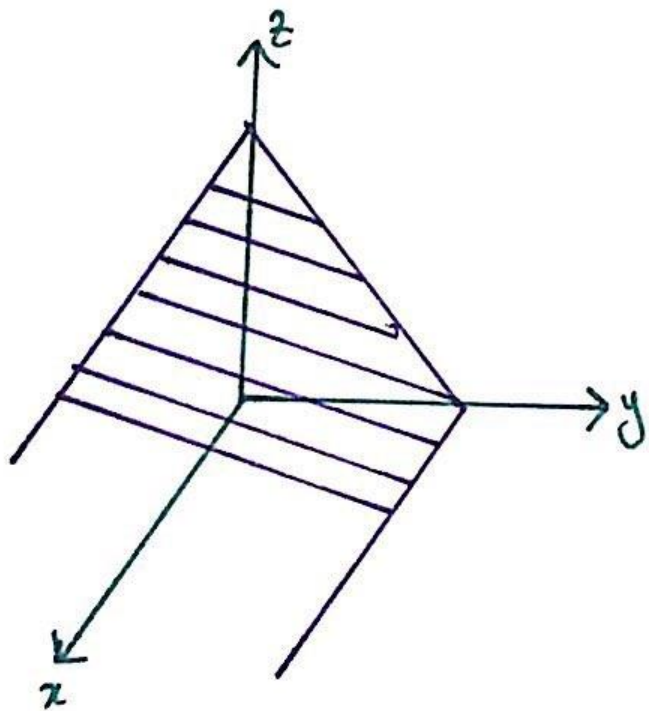


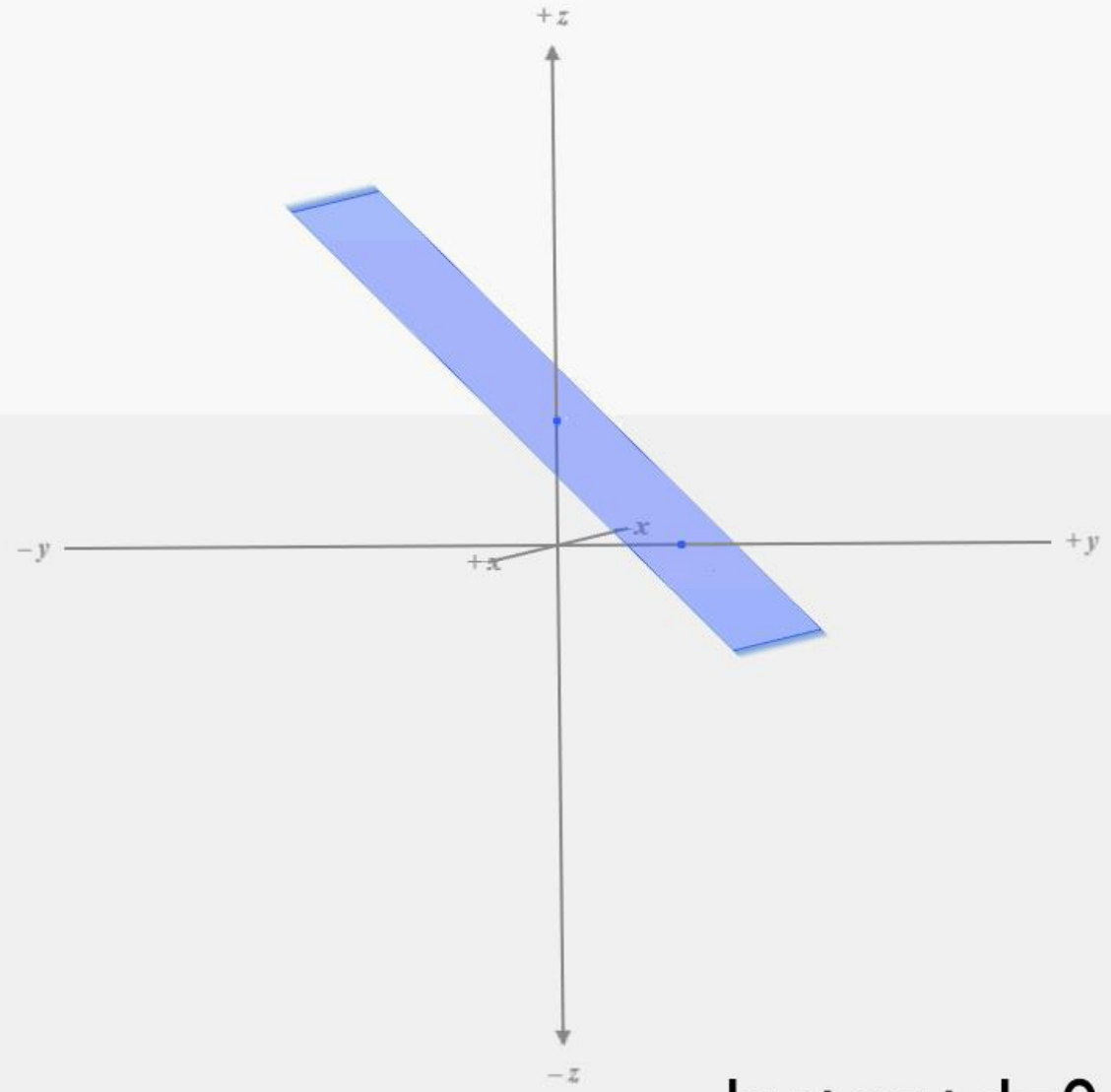


$$ax + cz + d = 0$$

12) $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ ve $a = 0$ olsun.

P... $by + cz + d = 0$ olsun.





$$by+cz+d=0$$

13) $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ ve $d = 0$ olsun.

$$P \dots ax + by + cz = 0 \text{ olsun.}$$

Düzlem orijinden geçer. Koordinat düzlemleri ile arakesit doğrularını bulalım:

a) xOz ile arakesit

$$d_1 \dots \dots \begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 \dots \dots \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -\frac{a}{c}t \end{cases}$$

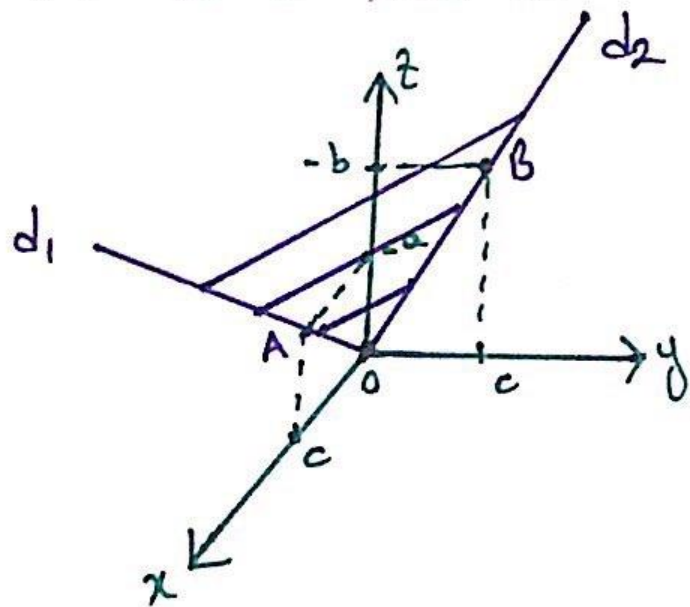
$t=0$ için $O(0,0,0) \in d_1$ ve $t=c$ için $A(c,0,-a) \in d_1$ dir.

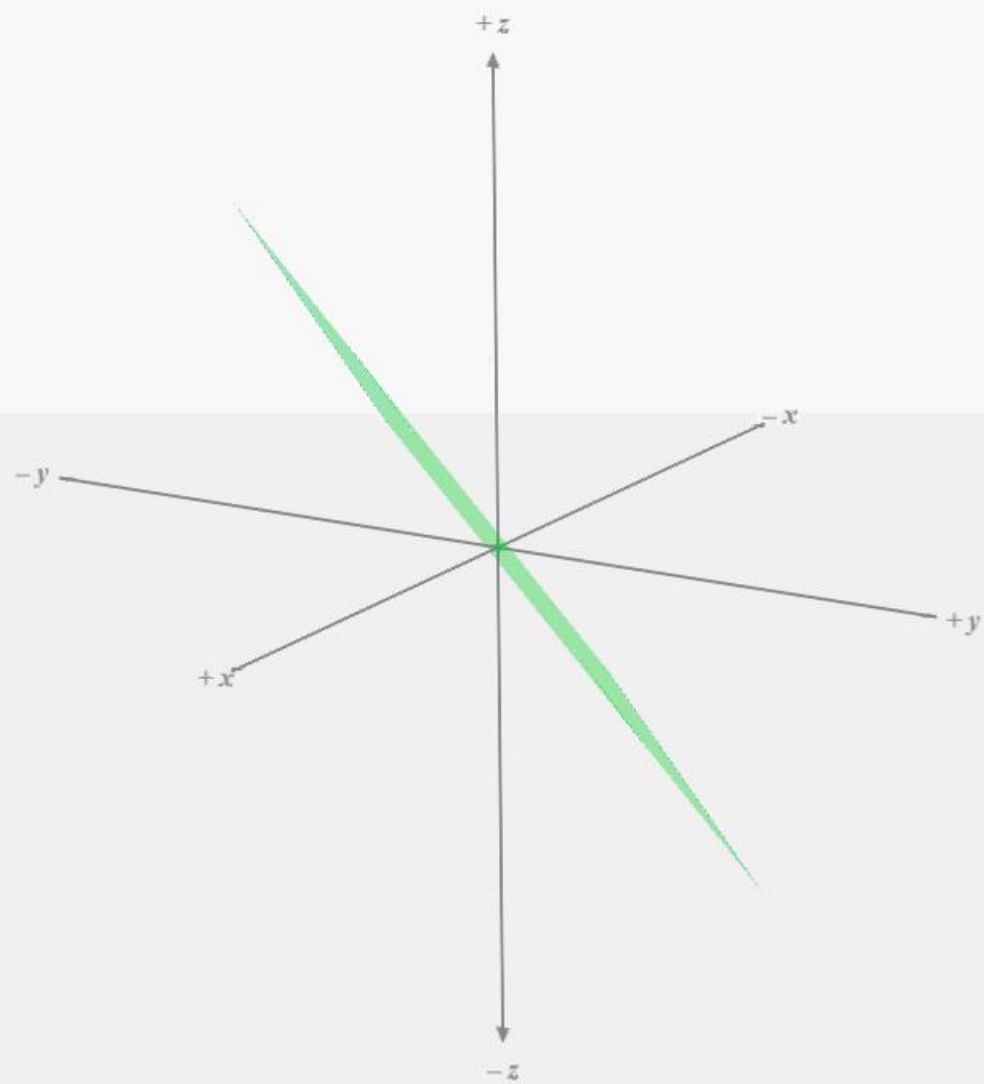
b) yz ile arakesit:

$$d_2 \dots \begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$d_2 \dots \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = -\frac{b}{c}\lambda \end{cases}$$

$\lambda = 0$ için $O(0,0,0) \in d_2$ ve $\lambda = c$ için $B(0,c,-b) \in d_2$ dir.





$$ax+by+cz=0$$

14) $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ olsun.

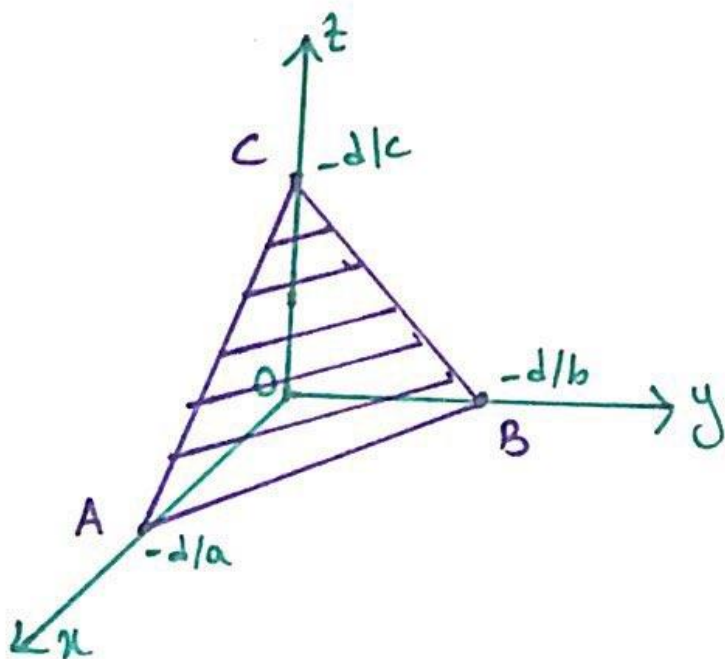
$P \dots ax + by + cz + d = 0$ olsun.

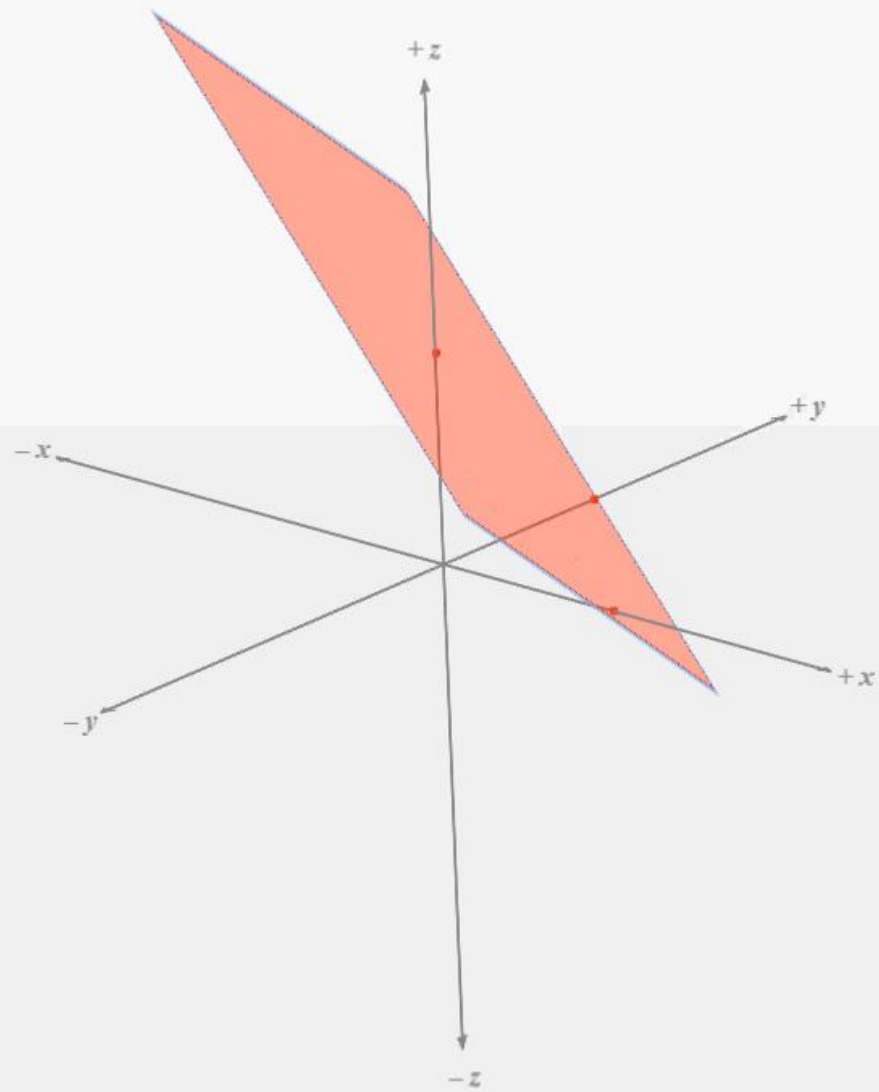
$y = z = 0$ için $A(-d/a, 0, 0) \in P$

$x = y = 0$ için $B(0, 0, -d/c) \in P$

$x = z = 0$ için $C(0, -d/b, 0) \in P$ dir.

A, B ve C doğrudan olmayan üç nokta olup bu üç noktadan geçen düzlem P düzlemidir.





$$ax+by+cz+d=0$$



UZEM | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Bölümü
Dijital Ders Platformu

Analitik Geometri I

Prof. Dr. Emin KASAP

Ders 15