



**UZOM** | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



1

## Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü Dijital Ders Platformu

### Önermeler Cebiri

Dr. Öğr. Üyesi Abdullah DERTLİ

Ders1

### ÖNERMELEER CEBİRİ

2

**Tanım:** Doğru ya da yanlış olan ifadelere önerme denir. Bir önerme tek bir yargı bildiriyorsa bu önermeye basit önerme denir.

Bu tanıma göre emir, soru ve ünlem cümleleri önerme değildir.

Önermeler p, q, r, s, t gibi harflerle gösterilir.

**Örnek:** p:  $2+3=9$ .  
q: Asal ve çift olan bir tam sayı vardır.  
r:  $\pi$  sayısı  $22/7$  sayısına eşittir.

Her biri bir önermedir.

a) Dersten sonra şehri gezelim.

b) Kaç yaşındasınız?

c)  $x+3=7$



Scanned with  
CamScanner

**Tanımı:** Bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına o önermenin doğruluk değeri denir.

Bir doğru önermenin doğruluk değeri: 1 (veya  $\Delta$ ) ile, bir yanlış önermenin doğruluk değeri: 0 (veya  $\nabla$ ) ile gösterilir.

**Tanımı:** İki ya da daha çok önerme "ve", "veya", "ise", "ancak ve ancak" bağlacılarından en az biri ile birbirine bağlanarak yeni önermeler tanımlanabilir. Bu önermelere bilesik önermeler denir.

Bir bilesik önermenin doğruluk değeri bağlacılara bağlı olarak bu önermeyi oluşturan basit önermelerin doğruluk değerleri cinsinden belirlenebilir. Bir bilesik önermenin doğruluk değeri kendisini oluşturan basit önermelerin doğruluk değerleri için tüm seçenekler göz önünde bulundurularak bir aizelge yardımıyla verilir. Verilen aizelgeye bilesik önermenin



Scanned with  
CamScanner

doğruluk aizelgesi denir.

**Tanımı:** Doğruluk değeri aynı olan iki önermeye denk önerme denir. " $\equiv$ " ile gösterilir.

**Tanımı:** Bir önermenin doğruluk değeri doğru iken yanlış, yanlış iken doğru yapılarak elde edilen yeni önermeye o önermenin değili (olumsuzu) denir.

Bir p önermesinin değili  $\neg p$  veya  $\neg p$  ile gösterilir.

p	$\neg p$
1	0
0	1

**Örneği:**  $5 < 6$  önermesinin olumsuzu  $5 \geq 6$  önermesidir.

**NOT:** Doğruluk değeri bakımından bir önerme için iki durum vardır. İki önerme için dört durum vardır.



Scanned with  
CamScanner

P
1
0

P	Q
1	1
1	0
0	1
0	0

Birbirinden farklı  $n$  tane önerme verildiğinde, doğruluk değerleri bakımından bu önermeler arasında birbirine göre  $2^n$  farklı durum vardır.

**NOT:** Bileşik önermeler oluşturmak için kullanılan bağlaçlara sembolik mantık ya da mantık bağlaçları diyeceğiz.

### Tanım: "Ve" ( $\wedge$ ) Bağlacı

$p$  ve  $q$  önermeleri için  $p$  ile  $q$  nun ikisi birden doğru iken doğru diğer durumlarda yanlış olan önermeye denir.  $p \wedge q$  ile gösterilir.



Scanned with  
CamScanner

P	Q	$\neg P \wedge Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

**Örnek:**  $p$ : 3 bir asal sayıdır.

$q$ : 17 bir tek sayıdır.

$p \wedge q$ : 3 bir doğal sayı ve 17 bir tek sayıdır.

$p \wedge q \equiv 1$

$r$ :  $2 \neq 4$

$s$ :  $3^2$  bir çift sayıdır.

$r \equiv 1$ ,  $s \equiv 0$   $r \wedge s \equiv 0$

### Tanım: "veya" ( $\vee$ ) Bağlacı

$p$  ve  $q$  önermeleri için en az biri doğru iken doğru diğer bütün durumlarda yanlış olan önermeye denir.

$p \vee q$  ile gösterilir.



Scanned with  
CamScanner

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tanım: "ya da" ( $\vee$ ) Bağlacı

$p$  ve  $q$  önermelerinden yalnızca biri doğru iken doğru diğer durumlarda yanlış olan önermeye denir.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tanım: "ise" ( $\Rightarrow$ ) Bağlacı

" $p$  ise  $q$ " biçimindeki önermeye koşullu önerme denir.  $p \Rightarrow q$  ile gösterilir.

$p \Rightarrow q$  önermesi  $p$  doğru  $q$  yanlış durumunda yanlış

diğer durumlarda doğrudur.



Scanned with  
CamScanner

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$p \Rightarrow q$  önermesinde;  $p$  önermesine  $q$  için yeter koşul,  $q$  önermesine  $p$  için gerek koşul denir.

$p \Rightarrow q$  önermesi;

- $p$  ise  $q$  dur.
- $p$ ,  $q$  yu gerektirir.
- $p$ ,  $q$  için yeter koşuldur.
- $q$ ,  $p$  için gerek koşuldur.

biri ile ifade edilir.

$p \Rightarrow q$  önermesinde;  $p$  önermesine hipotez (varsayım),  $q$  önermesine hüküm (yargı) denir.

Tanım: Hipotezi doğru olup, doğru oldukları ispatlanmış

koşullu önermelere teorem denir.



Scanned with  
CamScanner

Tanım: "ancak ve ancak" ( $\Leftrightarrow$ ) Bağlaç

$p$  ve  $q$  önermelerinin her ikisi birden doğru, iken ya da her ikisi birden yanlış iken doğru, diğer durumlarda yanlış olan önerme denir.  $p \Leftrightarrow q$  ile gösterilir.  $p$  gerek ve yeter şart diye de ifade edilir.

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Not: Bir doğruluk aizelgesinin sütununa bilirik önermenin doğruluk değeri ya da aizelgenin esas sütunu denir.

$$* \quad p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

$$* \quad p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$



Scanned with  
CamScanner

İfadelerinin denkliginin doğruluk aizelgesi ile gösterelim.

$p$	$q$	$p'$	$p \Rightarrow q$	$p' \vee q$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

≡ ≡

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

≡ ≡



Scanned with  
CamScanner

Tanım:  $p \Rightarrow q$  önermesi verilsin.

$p' \Rightarrow q'$  önermesine  $p \Rightarrow q$  önermesinin tersi,  
 $q \Rightarrow p$  önermesine  $p \Rightarrow q$  önermesinin karsıtı,  
 $q' \Rightarrow p'$  önermesine  $p \Rightarrow q$  önermesinin karsıt tersi

denir.

$$* \quad \boxed{p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'}$$

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
				$\equiv$	$\equiv$



Scanned with  
CamScanner

Tanım: Bir bileşik önerme kendini oluşturan önermelerin doğruluk değerlerine bakılmaksızın daima doğru ise o önermeye totoleji, daima yanlış ise o önermeye çeliski denir.

$$\text{Örnek: } (p \Leftrightarrow p')' \equiv 1 \quad p \wedge p' \equiv 0$$

totoleji: çeliski

$$\text{örnek: } (p \wedge q)' \Leftrightarrow (p' \vee q') \equiv ?$$



Scanned with  
CamScanner

$$\text{NOT: } p \Leftrightarrow q \equiv p' \Leftrightarrow q' \equiv q' \Leftrightarrow p'$$

**Teorem:**  $p, q$  ve  $r$  üç önerme olsun.

i)  $p \wedge p \equiv p$ ,  $p \vee p \equiv p$  (Tek kurvet özelliği)

ii)  $p \wedge q \equiv q \wedge p$ ,  $p \vee q \equiv q \vee p$  (Değişme özelliği)

iii)  $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$   
 $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$  (Birleşme özelliği)

iv)  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$   
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$  (Dağılım özelliği)

v)  $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$   
 $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$  (De Morgan Kuralları)



Scanned with  
CamScanner

vi)  $1 \vee p \equiv 1$        $p \vee p' \equiv 1$        $(p')' \equiv p$   
 $p \wedge 1 \equiv p$        $p \wedge p' \equiv 0$

**İspat:** Doğruluk arzetgesi kullanılarak gösterilebilir.  $\wedge$  nin değişme özelliğini gösterelim.

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

$\equiv$                        $\equiv$

$$\therefore p \wedge q \equiv q \wedge p$$

Diğerleri de benzer şekilde gösterilebilir.

**Teorem:**  $p, q$  ve  $r$  üç önerme olsun.  $p \Rightarrow q$  ve  $q \Rightarrow r$  önermeleri doğru ise  $p \Rightarrow r$  önermesi de doğrudur.



Scanned with  
CamScanner

İspat:

15

Örnek:  $p \vee q \Leftrightarrow p' \wedge q'$  önermesinin doğruluk değeri nedir?

p	q	p'	q'	$p \vee q$	$p' \wedge q'$	$p \vee q \Leftrightarrow p' \wedge q'$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0

$\equiv$  Geliski

Scanned with  
CamScanner

Örnek:  $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$   
denkligini gösteriniz.

16

$$\begin{aligned}
 p \Rightarrow (q \wedge r) &\equiv p' \vee (q \wedge r) \\
 &\equiv (p' \vee q) \wedge (p' \vee r) \\
 &\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)
 \end{aligned}$$

Örnek:  $[p \Leftrightarrow (q \vee r)] \wedge (p \wedge r')$  önermesi doğru ise  
 $p, q, r$  önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

Scanned with  
CamScanner





**UZOM** | ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
UZAKTAN EĞİTİM MERKEZİ



17

**Ondokuz Mayıs Üniversitesi**  
**Fen Edebiyat Fakültesi**  
**Matematik Bölümü**  
**Dijital Ders Platformu**

Teşekkürler

Dr. Öğr. Üyesi Abdullah DERTLİ

Soyut Matematik

Önemeler Cebiri

Ders 1